AI2 3rd week 2023f

◎ 論理的帰結

$G_1 = P$、$G_2 = P \to Q$、$H = Q$

先ず $P \land (P \to Q) \models Q$ 　定理1

よって $(P \land (P \to Q)) \to Q$ は恒真式

定理2について上の例で確認

$$((P \to Q) \land P) \land \neg Q$$
$$= (\neg P \lor Q) \land (P \land \neg Q)$$
$$= (\underbrace{\neg P \land}_{F} P \land \neg Q) \lor (\underbrace{Q \land P \land \neg Q}_{F})$$
$$= (F \land \neg Q) \lor (F \land P)$$
$$= F \lor F = \underbrace{F}_{\text{恒偽式}}$$

① 連言標準形

(例) p, q, r を基本命題(命題記号)とする.

$$\underbrace{\underbrace{(p \lor q)}_{\substack{\text{リテラルの選言}\\ F_1\ (\text{節})}} \land \underbrace{(q \lor r)}_{\substack{\text{リテラルの選言}\\ F_2}} \land \underbrace{(p \lor \neg q \lor \neg r)}_{\substack{\text{リテラルの選言}\\ F_3}}}_{}$$

節の連言 ⟹ 連言標準形

(例)

$$p \lor q \quad (\overset{F\text{は}}{n=1}\text{のケース})$$

← これは連言標準形

(例) $\underbrace{p}_{F_1} \land \underbrace{q}_{F_2}$

リテラルが1つからなる節 → 単一節という

(例) p OK

(例) $\{\ \}$ ー 空節、リテラルが1つもない

OK

(例) $p \to (q \to p)$

$= \neg p \vee (\neg q \vee p)$

$= \neg p \vee (\cancel{\neg q}\, p \vee \neg q)$

$= (\neg p \vee p) \vee \neg q)$

$= T \vee \neg q$

$= T$

恒真式

◎ 節集合

* 連言標準形を節集合に変換する.

$$\underbrace{(p \vee \neg q \vee r)}_{節} \wedge \underbrace{(\neg q \vee r)}_{節} \quad \Leftarrow 連言標準形$$

$$\Downarrow$$

$$\{\{p, \neg q, r\}, \{\neg q, r\}\} \quad \leftarrow 節集合$$

$\vee \quad \vee \quad \wedge \quad \vee$

(例) $\{\{p, \neg q\}, \{r\}, \{\neg w, x\}\}$

$\Downarrow$ 連言標準形

$(p \vee \neg q) \wedge (r) \wedge (\neg w \vee x)$

② 融合 ——→ 論理式の証明の方法
(Resolution)　　　　(計算)

節　　　　節　　(p, q, r は基本命題)

$\{\neg p \vee q\}$　　$\{p \vee r\}$

pに関する負のリテラル　　pに関する正のリテラル

融合

$\{q \vee r\}$ ← 融合節

何を意味しているのか?

$(p \to q) \wedge (p \vee r) \models (q \vee r)$

(注意)

$\{\neg p, \neg q, w\}$　　$\{p, q, r\}$

$\{w, r\}$　　ダメ.

1回の融合で処理できる正負のリテラルは1つに限る.

$\{\neg p, \neg q, w\}$　　$\{p, q, r\}$

$\{\neg q, w, q, r\} = \{T, w, r\} = T$

(例) $p \wedge (p \to q) \models q$

$\{p\}$ ~~{¬~~ $\{\neg p \vee q\}$

$\{q\}$

三段論法

$p.$
$p \to q.$
$\Rightarrow q$

$(p \wedge (p \to q)) \to q$ 恒真

節集合

$\{\{p\}, \{\neg p, q\}\}$

この節集合に $\{\neg q\}$ を加える。

$\{\{p\}, \{\neg p, q\}, \{\neg q\}\}$

この節合に対して融合原理を適用する

$\{p\}$ $\{\neg p, q\}$

$\{q\}$ $\{\neg q\}$

$\{\ \}$ 空節

($\square$ 矛盾)
四角