AI2 5th week

◎ 限量子の作用域 (scope)

束縛　束縛 (bound)

$(\forall x)(P(y) \wedge (\forall y)(P(x) \wedge Q(y)))$

(作用域)

(作用域)

→自由変数(束縛されていない変数)

$P(x) \to (\exists x)$ ~~[illegible]~~ $Q(x)$

⇓ 全称閉形

$(\forall x)(P(x) \to (\exists x) Q(x))$

同じもの？⇒ダメ

◎ ~~$(\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x) \neq (\exists x)(P(x) \wedge Q(x))$~~

$(\exists x)F(x) \wedge (\exists x)G(x) \neq (\exists x)(F(x) \wedge G(x))$

である理由

(例) $a \neq b$ として if $x = a$ $\begin{cases} F(x) = F \\ G(x) = T \end{cases}$

if $x = b$ $\begin{cases} F(x) = T \\ G(x) = F \end{cases}$

otherwise $F(x) = G(x) = T$

③ $(\forall x)F(x) \vee (\forall x)G(x) \neq (\forall x)(F(x) \vee G(x))$ である理由

(例) $a \neq b$ として

if $x = a$ なら $\begin{cases} F(x) = F \\ G(x) = T \end{cases}$

if $x = b$ なら $\begin{cases} F(x) = T \\ G(x) = F \end{cases}$

otherwise $F(x) = G(x) = T$

を考える。

$(\forall x)F(x) = F$

$(\forall x)G(x) = F$

よって $(\forall x)G(x) \vee (\forall x)F(x) = F$

$(\forall x)(F(x) \vee G(x)) = T$ □

演 ① $(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)$

$= \neg((\forall x)P(x)) \vee (\exists x)Q(x)$

$= (\exists x)\neg P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

$= (\exists x)(\neg P(x) \vee Q(x))$

② $(\forall x)(\forall y)[(\exists z)(P(x,z) \wedge P(y,z)) \rightarrow (\exists u)Q(x,y,u)]$

$= (\forall x)(\forall y)[\neg((\exists z)(P(x,z) \wedge P(y,z))) \vee (\exists u)Q(x,y,u)]$

$= (\forall x)(\forall y)[(\forall z)(\neg P(x,z) \vee \neg P(y,z)) \vee (\exists u)Q(x,y,u)]$

$= (\forall x)(\forall y)(\forall z)(\exists u)(\neg P(x,z) \vee \neg P(y,z) \vee Q(x,y,u))$