AI2 7th week

③ 最汎単一子 (mgu)

$\{P(x, f(x)), P(a, y)\}$

mgu : $\sigma = \{a/x, f(a)/y\}$

$\theta = \{a/x, f(a)/y, b/z\}$

$\theta = \sigma \circ \{b/z\}$

つまり $P(x, f(x))\theta' = P(a, y)\theta'$ と する

任意の代入 θ' は

$\theta' = \sigma \circ \lambda$

として合成により得られる。

④ 不一致集合 (disagreement set)

(例) $A = \{P(x, f(a,b), c), P(x, y, d), P(x, f(a,b), d), P(x, z, e)\}$

大前提
① 述語名と arity は同一
引数の数

この項は一致

この項は不一致
よって不一致集合は
$\{f(a,b), y, z\}$

ここで考えること：この不一致集合を単一要素集合(singleton)にする代入はあるか？
Yes $\{f(a,b)/y, f(a,b)/z\}$

(例) $A = \{ \boxed{p}(\boxed{f}(\boxed{a})),$
$\quad \boxed{p}(\boxed{f}(\boxed{x})),$
$\quad \boxed{p}(\boxed{f}(\boxed{g(y)})) \}$

Aの不一致集合は? $\{a, x, g(y)\}$

関数名は一致.

これをsingletonにする代入はない。

◎ 単一化アルゴリズム (unification)

(例) $W = \{p(a, x, f(x)), p(y, g(y), z)\}$

ステップ0： $\theta_0 = \{\ \}\ (= \varepsilon)$

ステップ1： $W\theta_0 = W$

不一致集合 $D_1 = \{a, y\}$

$D_1\{a/y\} = \{a\}$ ← singleton

$\theta_1 = \theta_0 \circ \{a/y\} = \{a/y\}$

ステップ2： $W\theta_1 = \{p(a, x, f(x)), p(a, g(a), z)\}$

$D_2 = \{x, g(a)\}$

$D_2\{g(a)/x\} = \{g(a)\}$ ← singleton

$\theta_2 = \theta_1 \circ \{g(a)/x\} = \{a/y, g(a)/x\}$

ステップ3： $W\theta_2 = \{p(a, g(a), f(g(a))), p(a, g(a), z)\}$

$D_3 = \{f(g(a)), z\}$

$D_3\{f(g(a))/z\} = \{f(g(a))\}$ ← singleton

$\theta_3 = \theta_2 \circ \{f(g(a))/z\} = \underline{\{a/y, g(a)/x, f(g(a))/z\}}$

ステップ4： $W\theta_3 = \{\underline{p(a, \cancel{x}\,g(a), f(g(a)))}, \underline{p(a, g(a), f(g(a)))}\}$

singleton

終了

最汎単一子(mgu)は θ_3。

② 二項融合 (binary resolution)

命題

$\{P, P\}$
$= P \vee P$ $\quad \{\neg P\}$

$\{P\}$

$\square$ 空節

一階述語

$\{P(x), P(a)\}$ $\quad \{\neg P(y)\}$
$= P(x) \vee P(a)$

$\theta = \{a/x\}$
因子

$\{P(a)\}$
因子

$\text{mgu}\{a/y\}$

$\square$ 空節

(例) $C_1 = \{\underline{P(x)}, Q(x)\}$ $\quad C_2 = \{\underline{\neg P(a)}, R(y)\}$

$\theta_1 = \text{mgu}\{a/x\}$

$C_1\theta_1$

$\{Q(a), R(y)\}$

◎ 二項融合のパターン

(I)

$$\begin{tikzcd} C_1 & & C_2 \\ C_1\theta \arrow[dr] & \text{mgu}:\theta & C_2\theta \arrow[dl] \\ & \boxed{C} & \end{tikzcd}$$

二項融合節

(II)

$$\begin{tikzcd} C_1 \arrow[d, "\text{mgu}:\theta_1"'] & & C_2 \arrow[ddl, "\text{mgu}\,\theta_2"', "C_2\theta_2"] \\ C_1\theta_1 \arrow[dr, "(C_1\theta_1)\theta_2"'] & & \\ & C & \end{tikzcd}$$

(III)

$$\begin{tikzcd} C_1 \arrow[d, "\text{mgu}\,\theta_1"'] & & C_2 \arrow[d, "\text{mgu}\,\theta_2"] \\ C_1\theta_1 \arrow[dr, "(C_1\theta_1)\theta_3"'] & \text{mgu}\,\theta_3 & C_2\theta_2 \arrow[dl, "(C_2\theta_2)\theta_3"] \\ & C & \end{tikzcd}$$

(例) $C_1 = \{P(x), P(f(y)), R(g(y))\}$ $C_2 = \{\neg P(f(g(a))), Q(b)\}$

θ_1: mgu $\{f(y)/x\}$

$C_1\theta_1$

$C_1' = C_1\theta_1 = \{P(f(y)), R(g(y))\}$ θ_2: mgu $\{g(a)/y\}$ $C_2\theta_2$

$C_1'\theta_2$

$\{R(g(g(a))), Q(b)\}$

⑩ 融合原理を用いた自然言語処理

述語の定義 poor(X) : X is poor

smart(X) : X is smart.

happy(X) : X is happy.

read(X) : X can read.

¬smar(X) : X is stupid.

¬poor(X) : X is wealthy.

exciting(X) : X has exciting Life.

(I) 与文を一階述語論理式に変換

① $\neg poor(X) \wedge smart(X) \rightarrow happy(X)$

② $read(Y) \rightarrow smart(Y)$

③ $read(John) \wedge \neg poor(John)$

④ $happy(Z) \rightarrow exciting(Z)$

(II) (I)の各論理式の全称閉形をとり. 冠頭連言標準形に変換

①′ $\forall x\ (poor(X) \vee \neg smart(X) \vee happy(X))$

②′ $\forall Y\ (\neg read(Y) \vee smart(Y))$

③′ $read(\underbrace{John}_{\text{定数}}) \wedge \neg poor(\underbrace{John}_{\text{定数}})$

④′ $\forall Z\ (\neg happy(Z) \vee exciting(Z))$

(III) ①'〜④' を節集合に変換

$F = \{\{poor(x), \neg smart(x), happy(x)\}, \{\neg read(Y), smart(Y)\}, \{read(John)\}, \{\neg poor(John)\}, \{\neg happy(Z), exciting(Z)\}\}$

単一節

証明したいこと. $F \models exciting(W)$

論理的帰結

つまり $exciting(W)$ の否定を F に加えて矛盾するかどうか調べればよい. III 融合原理で証明する.

$\{\neg exciting(W)\}$ $\{\neg happy(Z), exciting(Z)\}$

mgu: $\{Z/W\}$

$\{\neg happy(Z)\}$ $\{poor(x), \neg smart(x), happy(x)\}$

mgu: $\{x/Z\}$

$\{\neg poor(John)\}$ $\{poor(x), \neg smart(x)\}$

mgu: $\{John/x\}$

$\{\neg read(Y), smart(Y)\}$ $\{\neg smart(John)\}$

mgu: $\{John/Y\}$

$\{\neg read(John)\}$ $\{read(John)\}$

□ 矛盾

では. Wは誰なのか?

mgu の合成で分かる.

$$((\{Z/W\} \circ \{x/Z\}) \circ \{John/x\}) \circ \{John/Y\}$$
$$= (\{x/W, x/Z\} \circ \{John/x\}) \circ \{John/Y\}$$
$$= \{\boxed{John/W}, John/Z, John/x\} \circ \{John/Y\}$$