

## 応用数学II 第6回演習・課題 数え上げ理論

### [1. 順列と組合せ] (40点)

問 1.1  $x + y + z = 15$  となる正の整数解の組合せは何通りあるか．そのうちで  $x = y$  となる解の組合せは何通りあるか．また， $x > y$  となる組合せは何通りあるか．

問 1.2  $x + y + z + w < 15$  を満たす負でない整数解の組合せは何通りあるか？

問 1.3 1 から 999 までの整数のうちで各位の和が 9 となる整数はいくつあるか．

問 1.4 12 冊の異なる本を 5 冊，4 冊，3 冊の 3 組に分ける場合の数はいくつか．また，8 冊，2 冊，2 冊の 3 組に分ける場合の数はいくつ．さらに，4 冊ずつ 3 人の子供に分ける場合の数はいくつか．

問 1.5 正十二角形の頂点を結んで得られる三角形のうち，鋭角三角形はいくつあるか．

問 1.6 medicine の 8 文字を全部並べてできる順列のうち，子音 m, d, c, n がこの順に並ぶものは何通りあるか．

問 1.7 mathematics の 11 文字の全部を円形に並べてできる順列は全部で何通りあるか．

問 1.8  $(x + y + z)^6$  の展開式の異なる項の数を求めよ．

### [2. 1 階差分方程式] (15点)

次の差分方程式の解を求めよ．

問 2.1  $x_1 = 1, x_{n+1} = 3x_n - 1$

問 2.2  $x_1 = r (\neq 0), x_{n+1} = r + \frac{1}{r}x_n$

問 2.3  $x_1 = 1, x_{n+1} = 2x_n - 3n$

### [3. 2 階差分方程式] (20点)

$5x_{n+1} = 3x_{n+2} + 2x_n (n \geq 1), x_1 = 0, x_2 = 1$  なる関係が成り立つとき，次の問いに答えよ．

問 3.1  $y_n = x_{n+1} - x_n$  とするとき， $y_n$  を  $n$  であらわせ．

問 3.2  $x_n$  を  $n$  で表せ．

### [4. 連立差分方程式] (25点)

初期値を  $(x_1, y_1) = (2, 1)$  として次の連立一階差分方程式の解を求めよ．

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n - 8y_n \\ y_{n+1} = x_n + 7y_n \end{cases}$$