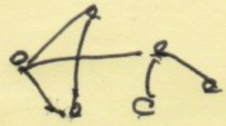
AppMath (2023. 9th)

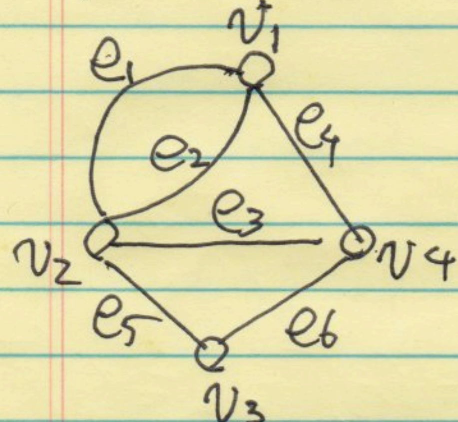


「ネットワークの数理(I)」= グラフ理論

└→ コンピュータネットワーク(インターネット)
　　WWW(ハイパーリンク)
　　SNS
　　人のつながり

粒度

グラフの例



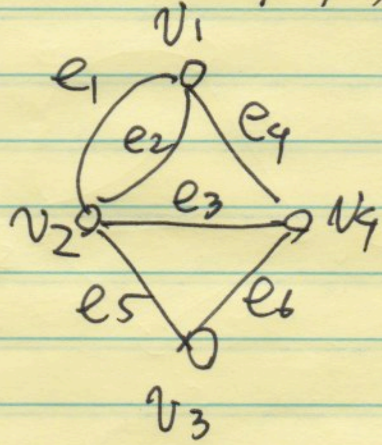
(数理科学) グラフ	(実世界) ネットワーク
v_i: 頂点 (vertex)	ノード (node) ページ 人
e_i: 辺 (edge)	リンク (link) 関係性

㊍ グラフの定義

グラフの構成要素　頂点：$v_1, v_2, \cdots, v_i$
　　　　　　　　　辺：$e_1, e_2, \cdots e_j$

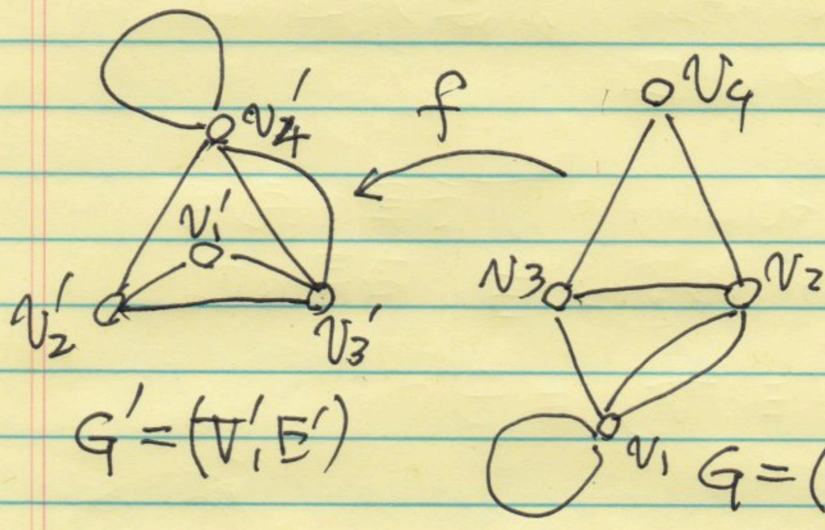
頂点の集合 $V = \{v_1, v_2, \cdots, v_i\}$
辺の集合 $E = \{e_1, e_2, \cdots, e_j\}$

グラフ $G = (V, E)$



$e_1 = (v_1, v_2)$
$e_2 = (v_1, v_2)$
$e_3 = (v_2, v_4)$
⋮

グラフの同形



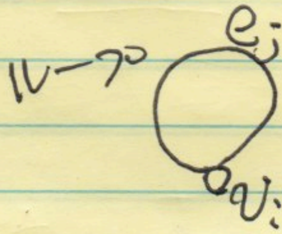
$f(v_1) = v_4'$
$f(v_2) = v_3'$
$f(v_3) = v_2'$
$f(v_4) = v_1'$

定義　2つのグラフ$G=(V,E)$, $G'=(V',E')$において
写像 $f: V \to V'$ は(v_i, v_j)がGの辺であるとき
かつそのときに限り$(f(v_i), f(v_j))$をG'の辺と
するような1対1の写像である。
このとき(このような写像があるとき) GとG'は同形

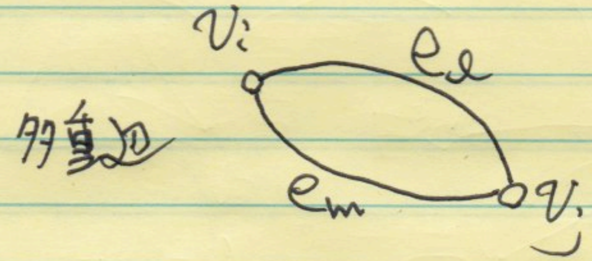
f: 全単射 : bijection

M.N.O.J

⊛ 特別なグラフ



$e_j = (v_i, v_i)$

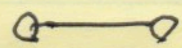
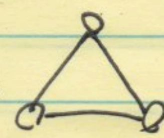


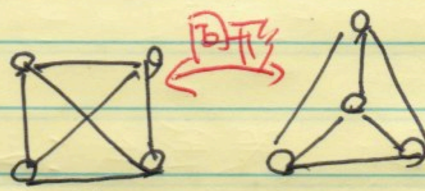
$e_l = (v_i, v_j)$
$e_m = (v_i, v_j)$ $(l \neq m)$

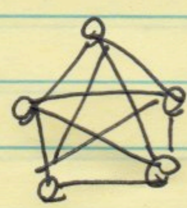
⊛ 単純グラフ：ループや多重辺のないグラフ

⊛ 完全グラフ：単純グラフで任意の二頂点間に辺があるもの.

頂点数nの完全グラフをK_nとかく

K_1：  K_2：  K_3： 

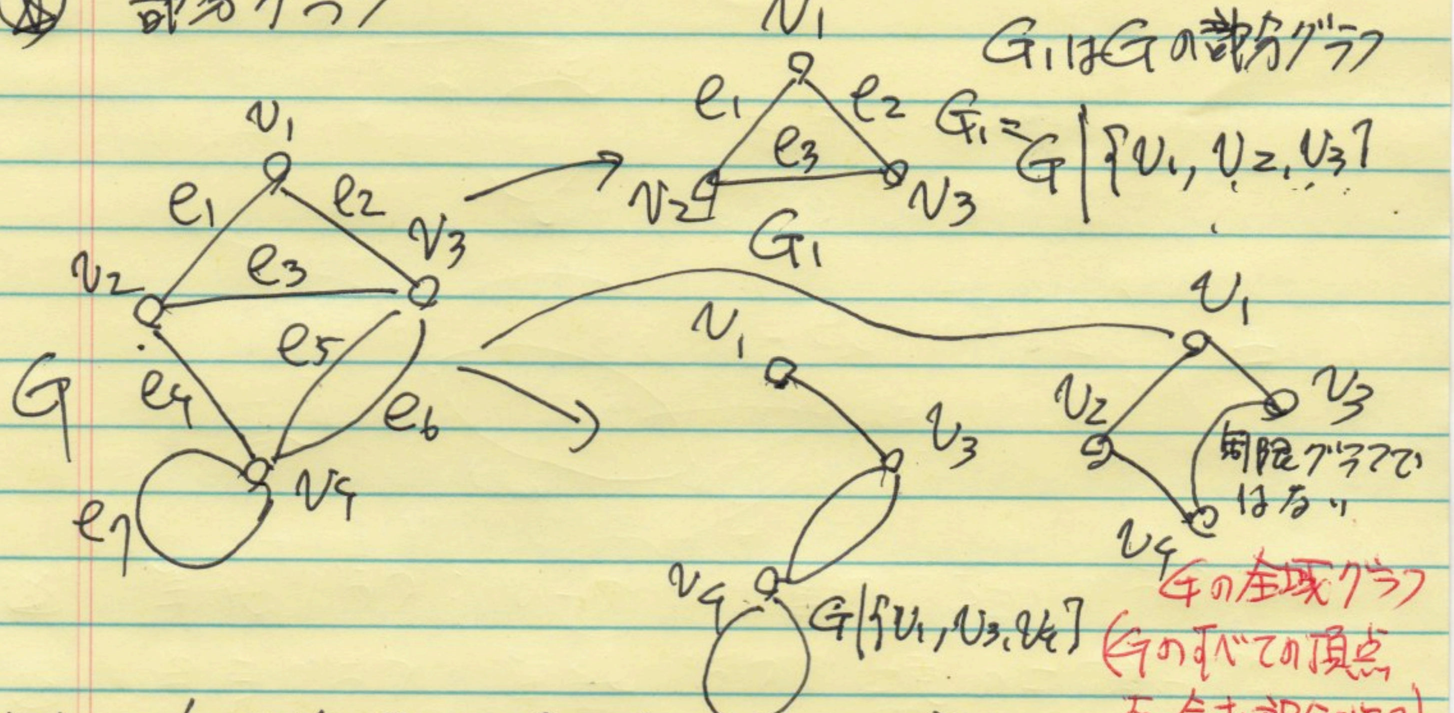
K_4： 

K_5： 

定理：K_nの辺の数

${}_nC_2$

☆ 部分グラフ



定義 $G' = (V', E')$ が $G = (V, E)$ に対して

$V' \subset V$, $E' \subset E$ のとき G' を G の部分グラフという。

☆ 制限グラフ(特別な部分グラフ)

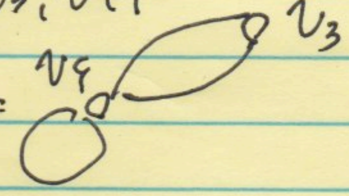
$G = (V, E)$ の V の部分集合 V' に対して

V' に含まれる頂点同士を結ぶ辺を

すべて含む部分グラフを G の V' への

制限グラフと呼び $G|V'$ と表わす。

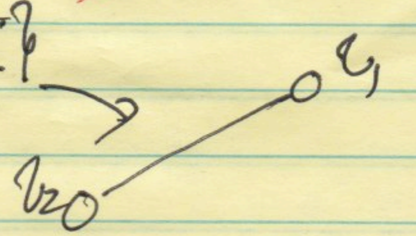
$V' = \{v_3, v_4\}$

$G|V' =$ 

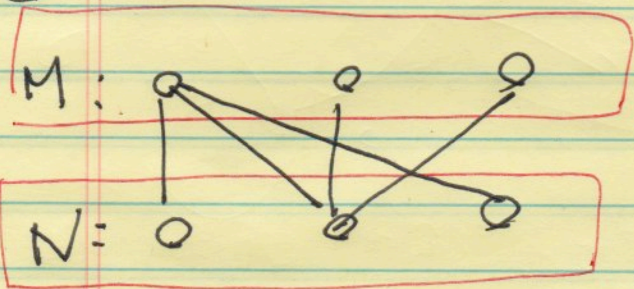
^{c}V CV : complimentary

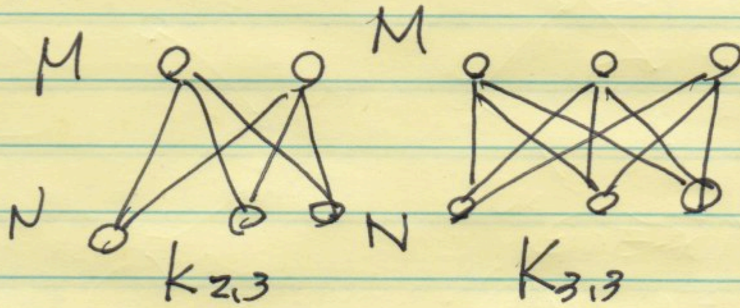
GのV−V′への制限グラフをG−V′と表わす

$G-\{v_3, v_4\} = G|\{v_1, v_2\}$



☆ 2部グラフ (bipartite)





定義 $G=(V,E)$において$M\neq\emptyset$, $N\neq\emptyset$, $M\subset V$, $N\subset V$が以下の条件を満たすときGを2部グラフという

(i) $M\cup N=V$, $M\cap N=\emptyset$

(ii) $G|M$, $G|N$はともに空グラフ (辺がない)

特にMとNのすべての頂点間に辺があるときそれを完全二部グラフと呼ぶ。

$|M|=m$ $|N|=n$のとき $K_{m,n}$ と書く。

Mの基数
cardinal number