

複雑系の数理とシミュレーション

Mathematical analysis and simulation

氏名 中原 紫雲 村田 佳紀 砂子澤 匠 畑中 汐魚

Name Nakahara Shiun Murata Yoshiki Sunakozawa Takumi Hatanaka Shiona

目的 複雑系の数理的理論を学び、日常にある現象をシミュレーションをして可視化する。
 また可視化を行うことで複雑系の数理的理論について簡易化を行う。具体的には波の現象について可視化を行う。
 We learn mathematical theory of complex systems, it is visualized by the simulation phenomena in the everyday.
 Also performing simplification for mathematical theory of complex systems by performing visualization.
 We does visualize. For example the phenomenon of waves.

目標を達成するための活動 Activities to achieve the goal

KdV 方程式から、1- ソリトン解を導出
We derive the one soliton solution from the KdV equation.

KdV 方程式から、2- ソリトン解を導出
We derive the two soliton solution from the KdV equation.

差分方程式と可積分系の理解を深めた
We studied the integrable systems and differential equations.

シミュレーションの理論研究を行った
We have studied the theory of simulation.

KdV 方程式と箱玉系の関係性について研究した
I have studied the relationship of the KdV equation and soliton cellular automaton.

プログラム開発・検証 Program development and verification

Processing 言語を用いてソリトン波の追い越しを簡易的に表現できる箱玉系ソリトンセルオートマトンを製作
We produced the soliton cellular automaton which could express passing of the soliton wave easily using Processing language.

箱玉系ソリトンセルオートマトンによるソリトン波の追い越し表現の限界を検証
We inspected a limit of the passing expression of the soliton wave with soliton cellular automaton.

Java 言語による二次元平面でのソリトン波追い越しシミュレーターを製作
We produced a soliton wave passing simulator on the two-dimensional plane using the Java language.

箱玉系ソリトンセルオートマトンと二次元平面でのソリトン波追い越しシミュレーターの表現の違いについて比較
We were compared for differences in the expression of soliton cellular automaton and soliton wave passing simulator on the two-dimensional plane.

KdV 方程式 KdV equation

KdV 方程式は振幅を u とすると以下の式となる
KdV equation is the following formula and the amplitude and u .

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 6u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0$$

KdV 方程式の初期値問題を解くと、波の振幅による解が出る
When solving the initial value problem of the KdV equation, the solution by the wave amplitude of exists.

その解をソリトン解と呼ぶ
Call it a soliton solution

1 つの初期値に対する波の解を 1- ソリトン解と呼ぶ。
The wave solution of for one of the initial value is referred to as the 1-soliton solution.

同様に、2- ソリトン解や N- ソリトン解まで存在する
Similarly, there to 2-soliton solution and N- soliton solution

1- ソリトン解 1-soliton solution

$$\operatorname{sech}(x) = \frac{2}{e^x + e^{-x}} \quad \theta = \frac{-2x}{\sqrt{c}}$$

上記のように位相速度を c 、初期速度を θ とすると以下の式となる
Becomes the following equation as described above to the phase velocity c , the initial velocity and θ .

$$u(x, t) = \frac{c}{2} \operatorname{sech}^2 \left[\frac{\sqrt{c}}{2} (x - ct - \theta) \right]$$

この式が KdV 方程式の 1- ソリトン解となる
This equation is the 1-soliton solution of the KdV equation.

位相速度 c に比例して振幅が大きくなるのがわかる
It can be seen that the amplitude increases in proportion to the phase velocity c .

また、 c が大きくなると横幅の狭い波となることがわかる
Also, it can be seen that c is a narrow wave of the larger width.