

平成27年度 大学院博士(前期)課程入学者選抜学力試験

情報アーキテクチャ領域

専門科目

[90分]

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないでください。
2. 出題科目およびページと科目の選択方法は、下表のとおりです。下記の指示に従って解答した3科目の解答用紙を提出してください。なお、ページ番号のついていない紙は下書き用紙です。

出題科目	ページ	問題数	選択方法
基礎数学	1	2問	左の4科目のうちから3科目を選択し、解答してください。
情報数学	2	2問	
アルゴリズムとデータ構造	3	1問	
データベース工学	4～5	1問	

3. 解答用紙は12枚に分かれているので、1科目に4枚の解答用紙を用いてください。解答に用いなかった解答用紙も含め、すべての解答用紙の所定欄に科目名、受験番号をはっきりと記入してください。
4. 解答冊子の表紙の所定欄に受験番号と氏名をはっきりと記入してください。さらに、選択した科目名の先頭に○印を記入してください。
5. 解答欄内に指定された問題番号（I, IIなど）、問いの番号（問1など）が明記されていない場合には、問題番号、問いの番号を記入してから解答を始めてください。
6. 計算または下書き用紙3枚が解答用紙と一緒にあります。
7. 試験中に問題冊子の印刷不明瞭、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気がついた場合は、静かに手を上げて監督員に知らせてください。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。
9. 問題ごとに配点が記されています。

基礎数学

I $a_1 = 3, a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{5}{a_n} \right) (n = 1, 2, 3, \dots)$ で定まる数列 $\{a_n\}$ について、以下の問いに答えよ。(配点 25 点)

問1 $x > 0$ に対して、 $\frac{1}{2} \left(x + \frac{5}{x} \right) \geq \sqrt{5}$ が成り立つことを示せ。また、 $a_n \geq \sqrt{5} (n = 1, 2, 3, \dots)$ が成り立つことを示せ。

問2 $x \geq \sqrt{5}$ に対して、 $\frac{1}{2} \left(\frac{5}{x} - x \right) \leq 0$ が成り立つことを示せ。また、 $a_{n+1} \leq a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ が成り立つことを示せ。

問3 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

II 3次正方行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ について、以下の問いに答えよ。(配点 25 点)

問1 A の行列式の値を求めよ。

問2 A のすべての固有値と、それらに対応する固有ベクトルを求めよ。

問3 3次元数ベクトルの列 $\{y_n\}$ を

$$y_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad y_{n+1} = Ay_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定めるとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \|y_n\|$ を求めよ。ただし、3次元数ベクトル $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ に対し $\|\mathbf{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ とする。

基礎数学の問題は、このページで終了である。

情報数学

I 節点集合を $\{a, b, c, d, e\}$, 辺集合を $\{(a, b), (b, c), (c, d), (d, e)\}$ とする無向グラフ G とその補グラフ \bar{G} について, 以下の問いに答えよ. (配点 25 点)

問1 \bar{G} を描け.

問2 \bar{G} の全域木のうち, G と同型となるものを1つ描け.

問3 G において, 長さ3の経路が存在しない節点の組をすべて求めよ.

II $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ とする. X から X への写像 π を

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 10 & 7 & 2 & 8 & 5 & 4 & 3 & 9 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

で定める. π^k で π の k 次の合成写像を表すとする. ただし, $k = 2, 3, 4, \dots$ とする. 以下の問いに答えよ. (配点 25 点)

問1 π の逆写像を求めよ.

問2 π^2, π^3 をそれぞれ求めよ.

問3 π^k が恒等写像になるための k に関する必要十分条件を求めよ.

情報数学の問題は, このページで終りである.

アルゴリズムとデータ構造

I クイックソートに関する以下の問いに答えよ。ただし、クイックソートの対象となるデータの数を N 、クイックソートでのデータの比較回数を C_N と表す。この C_N は、ソート前のデータの並びと枢軸（ピボット）の選択方法に依存する。ここでは、簡単のために $N = 2^m$ とし、 m は正の整数とする。（配点 50 点）

問1 クイックソートは、分割統治法にもとづく整列（ソート）である。クイックソートの整列アルゴリズムを、分割統治法であることが明確となるように説明せよ。

問2 クイックソートで、次の漸化式が満たされるような結果となった場合、 C_N は最小となる。このとき、 C_N を最小とするためには、問1で説明したアルゴリズムがデータをどのように分割する必要があるのかを説明せよ。さらに、 C_N を N と m の関数として求めよ。

$$C_{2N} = 2C_N + 2N, \quad N \geq 2$$

$$C_2 \equiv 2$$

問3 全ての値が異なる昇順に整列済みのデータを、整列対象の先頭データを枢軸に選ぶクイックソートによって、降順に整列させた場合、 C_N は最大となる。このとき、問1で説明したアルゴリズムが、データをどのように分割するのかを説明せよ。また、このときの C_N を求めよ。

問4 N が十分大きく、かつ、全ての値が異なるデータの場合、任意の並びのデータに対して、 C_N が最大になることを防ぐ枢軸の選択方法の一つを示し、その理由とともに説明せよ。

アルゴリズムとデータ構造の問題は、このページで終りである。

データベース工学

- I あるイベント予約管理システムに含まれるデータベースのテーブルが、表1、表2、表3に示す users テーブル、events テーブル、reservations テーブルのように与えられている。

users テーブルにはこのシステムを利用している全ユーザの情報が含まれている。そのうち prefecture 欄にはそのユーザの居住する都道府県名が入っており、birthyear 欄には生まれた年が入っている。また、events テーブルにはこのシステムを用いて予約可能なすべてのイベントの情報が含まれており、そのうち eventname 欄にはイベントの名称が、eventdate 欄にはイベントの開催日が入っている。reservations テーブルにはこのシステムを用いて予約されたすべての予約情報が含まれている。このとき、以下の問いに答えよ。（配点 50 点）

- 問1 次の(1)~(3)のSQL文によって、それぞれどのような結果が得られるか、表1、表2、表3中の値を使って答えよ。

- (1) `SELECT eventid FROM events WHERE eventname='イベント A'`
- (2) `SELECT userid FROM reservations,events WHERE reservations.eventid=events.eventid AND eventname='イベント A'`
- (3) `SELECT email FROM users,reservations,events WHERE users.userid=reservations.userid AND reservations.eventid=events.eventid AND eventname='イベント A'`

- 問2 北海道居住者のすべてのイベントを通じたのべ予約数を得るためのSQL文を記述せよ。

- 問3 2014年開催のイベントの予約者のうち、生まれが最も早い人の生まれた年を得るためのSQL文を記述せよ。

表 1 users テーブル (userid が主キー)

userid	email	prefecture	sex	birthyear
a0001	xxx@yyy	東京都	男	1975
c0005	sss@ttt	北海道	女	1980
d1100	aaa@bbb	青森県	女	1975
b2010	zzz@www	北海道	男	1985

表 2 events テーブル (eventid が主キー)

eventid	eventname	eventdate
1000	イベント A	2013-12-20
2000	イベント B	2014-08-05
3000	イベント C	2014-11-01
4000	イベント D	2015-01-30

表 3 reservations テーブル (reserveid が主キー)

reserveid	eventid	userid
10001	1000	a0001
10002	2000	c0005
10003	3000	c0005
10004	3000	b2010

データベース工学の問題は、このページで終りである。

平成27年度 大学院博士(前期)課程入学者選抜学力試験

高度ICT領域

専門科目

[90分]

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないでください。
2. 出題科目およびページと科目の選択方法は、下表のとおりです。下記の指示に従って解答した3科目の解答用紙を提出してください。なお、ページ番号のついていない紙は下書き用紙です。

出題科目	ページ	問題数	選択方法
基礎数学	1	2問	左の4科目のうちから3科目を選択し、解答してください。
情報数学	2	2問	
アルゴリズムとデータ構造	3	1問	
データベース工学	4～5	1問	

3. 解答用紙は12枚に分かれているので、1科目に4枚の解答用紙を用いてください。解答に用いなかった解答用紙も含め、すべての解答用紙の所定欄に科目名、受験番号をはっきりと記入してください。
4. 解答冊子の表紙の所定欄に受験番号と氏名をはっきりと記入してください。さらに、選択した科目名の先頭に○印を記入してください。
5. 解答欄内に指定された問題番号(I, IIなど)、問いの番号(問1など)が明記されていない場合には、問題番号、問いの番号を記入してから解答を始めてください。
6. 計算または下書き用紙3枚が解答用紙と一緒にあります。
7. 試験中に問題冊子の印刷不明瞭、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気がついた場合は、静かに手を上げて監督員に知らせてください。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。
9. 問題ごとに配点が記されています。

基礎数学

I $a_1 = 3, a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{5}{a_n} \right)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定まる数列 $\{a_n\}$ について、以下の問いに答えよ。(配点 25 点)

問1 $x > 0$ に対して、 $\frac{1}{2} \left(x + \frac{5}{x} \right) \geq \sqrt{5}$ が成り立つことを示せ。また、 $a_n \geq \sqrt{5}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。

問2 $x \geq \sqrt{5}$ に対して、 $\frac{1}{2} \left(\frac{5}{x} - x \right) \leq 0$ が成り立つことを示せ。また、 $a_{n+1} \leq a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。

問3 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

II 3次正方行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ について、以下の問いに答えよ。(配点 25 点)

問1 A の行列式の値を求めよ。

問2 A のすべての固有値と、それらに対応する固有ベクトルを求めよ。

問3 3次元数ベクトルの列 $\{y_n\}$ を

$$y_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad y_{n+1} = Ay_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定めるとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \|y_n\|$ を求めよ。ただし、3次元数ベクトル $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ に対し $\|\mathbf{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ とする。

基礎数学の問題は、このページで終りである。

情報数学

I 節点集合を $\{a, b, c, d, e\}$, 辺集合を $\{(a, b), (b, c), (c, d), (d, e)\}$ とする無向グラフ G とその補グラフ \bar{G} について, 以下の問いに答えよ. (配点 25 点)

問1 \bar{G} を描け.

問2 \bar{G} の全域木のうち, G と同型となるものを1つ描け.

問3 G において, 長さ3の経路が存在しない節点の組をすべて求めよ.

II $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ とする. X から X への写像 π を

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 10 & 7 & 2 & 8 & 5 & 4 & 3 & 9 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

で定める. π^k で π の k 次の合成写像を表すとする. ただし, $k = 2, 3, 4, \dots$ とする. 以下の問いに答えよ. (配点 25 点)

問1 π の逆写像を求めよ.

問2 π^2, π^3 をそれぞれ求めよ.

問3 π^k が恒等写像になるための k に関する必要十分条件を求めよ.

情報数学の問題は, このページで終りである.

アルゴリズムとデータ構造

I クイックソートに関する以下の問いに答えよ。ただし、クイックソートの対象となるデータの数を N 、クイックソートでのデータの比較回数を C_N と表す。この C_N は、ソート前のデータの並びと枢軸（ピボット）の選択方法に依存する。ここでは、簡単のために $N = 2^m$ とし、 m は正の整数とする。（配点 50 点）

問1 クイックソートは、分割統治法にもとづく整列（ソート）である。クイックソートの整列アルゴリズムを、分割統治法であることが明確となるように説明せよ。

問2 クイックソートで、次の漸化式が満たされるような結果となった場合、 C_N は最小となる。このとき、 C_N を最小とするためには、問1で説明したアルゴリズムがデータをどのように分割する必要があるのかを説明せよ。さらに、 C_N を N と m の関数として求めよ。

$$C_{2N} = 2C_N + 2N, \quad N \geq 2$$

$$C_2 \equiv 2$$

問3 全ての値が異なる昇順に整列済みのデータを、整列対象の先頭データを枢軸に選ぶクイックソートによって、降順に整列させた場合、 C_N は最大となる。このとき、問1で説明したアルゴリズムが、データをどのように分割するのかを説明せよ。また、このときの C_N を求めよ。

問4 N が十分大きく、かつ、全ての値が異なるデータの場合、任意の並びのデータに対して、 C_N が最大になることを防ぐ枢軸の選択方法を一つ示し、その理由とともに説明せよ。

アルゴリズムとデータ構造の問題は、このページで終りである。

データベース工学

- I あるイベント予約管理システムに含まれるデータベースのテーブルが、表1、表2、表3に示す users テーブル、events テーブル、reservations テーブルのように与えられている。

users テーブルにはこのシステムを利用している全ユーザの情報が含まれている。そのうち prefecture 欄にはそのユーザの居住する都道府県名が入っており、birthyear 欄には生まれた年が入っている。また、events テーブルにはこのシステムを用いて予約可能なすべてのイベントの情報が含まれており、そのうち eventname 欄にはイベントの名称が、eventdate 欄にはイベントの開催日が入っている。reservations テーブルにはこのシステムを用いて予約されたすべての予約情報が含まれている。このとき、以下の問いに答えよ。（配点 50 点）

- 問1 次の(1)~(3)のSQL文によって、それぞれどのような結果が得られるか、表1、表2、表3中の値を使って答えよ。

- (1) `SELECT eventid FROM events WHERE eventname='イベント A'`
- (2) `SELECT userid FROM reservations,events WHERE reservations.eventid=events.eventid AND eventname='イベント A'`
- (3) `SELECT email FROM users,reservations,events WHERE users.userid=reservations.userid AND reservations.eventid=events.eventid AND eventname='イベント A'`

- 問2 北海道居住者のすべてのイベントを通じたのべ予約数を得るためのSQL文を記述せよ。

- 問3 2014年開催のイベントの予約者のうち、生まれが最も早い人の生まれた年を得るためのSQL文を記述せよ。

表 1 users テーブル (userid が主キー)

userid	email	prefecture	sex	birthyear
a0001	xxx@yyy	東京都	男	1975
c0005	sss@ttt	北海道	女	1980
d1100	aaa@bbb	青森県	女	1975
b2010	zzz@www	北海道	男	1985

表 2 events テーブル (eventid が主キー)

eventid	eventname	eventdate
1000	イベント A	2013-12-20
2000	イベント B	2014-08-05
3000	イベント C	2014-11-01
4000	イベント D	2015-01-30

表 3 reservations テーブル (reserveid が主キー)

reserveid	eventid	userid
10001	1000	a0001
10002	2000	c0005
10003	3000	c0005
10004	3000	b2010

データベース工学の問題は、このページで終りである。

平成27年度 大学院博士(前期)課程入学者選抜学力試験

メディアデザイン領域

専門科目

[90分]

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないでください。
2. 出題科目およびページと科目の選択方法は、下表のとおりです。下記の指示に従って解答した3科目の解答用紙を提出してください。なお、ページ番号のついていない紙は下書き用紙です。

出題科目	ページ	問題数	選択方法
情報デザイン	1	1問	左の4科目のうちから3科目を選択し、解答してください。
認知心理学	2	1問	
ヒューマンインタフェース	3	1問	
アルゴリズムとデータ構造	4	1問	

3. 解答用紙は12枚に分かれているので、1科目に4枚の解答用紙を用いてください。解答に用いなかった解答用紙も含め、すべての解答用紙の所定欄に科目名、受験番号をはっきりと記入してください。
4. 解答冊子の表紙の所定欄に受験番号と氏名をはっきりと記入してください。さらに、選択した科目名の先頭に○印を記入してください。
5. 解答欄内に指定された問題番号(I, IIなど)、問いの番号(問1など)が明記されていない場合には、問題番号、問いの番号を記入してから解答を始めてください。
6. 計算または下書き用紙3枚が解答用紙と一緒にあります。
7. 試験中に問題冊子の印刷不明瞭、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気がついた場合は、静かに手を上げて監督員に知らせてください。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。
9. 問題ごとに配点が記されています。

情報デザイン

- I 図1で三面図として示した立体をペーパークラフトとして制作することを想定し、以下の問いに答えよ。なお、紙の厚みは考慮しないこととする。(配点 50 点)

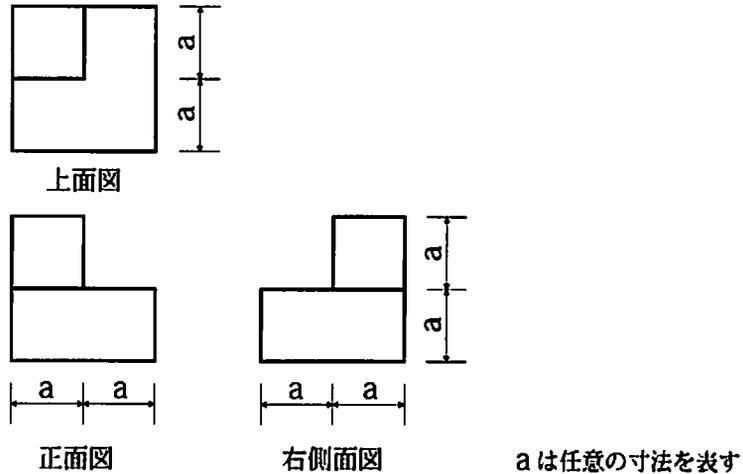


図1

問 1 図1で三面図として示した立体を、その形状がよくわかる方向から陰影をつけて立体的かつ正確に、美しく描きなさい。

問 2 この立体を1枚の紙から組み立てられるように、展開図を1つ描きなさい。のりしろ、断ち線、折線(山折り、谷折り)を区別できるように描くこと。

問 3 問2で描いた展開図を元に、これを組み立てる手順について文字や補助線などを効果的に用いながらわかりやすく図解しなさい。手順の最初の段階にあたる展開図と最終段階にあたる完成図はそれぞれ問 2、問1で描かれたものとして省略してもよい。

参考：問1, 問2, 問3の解答は図2のような関係になっている。

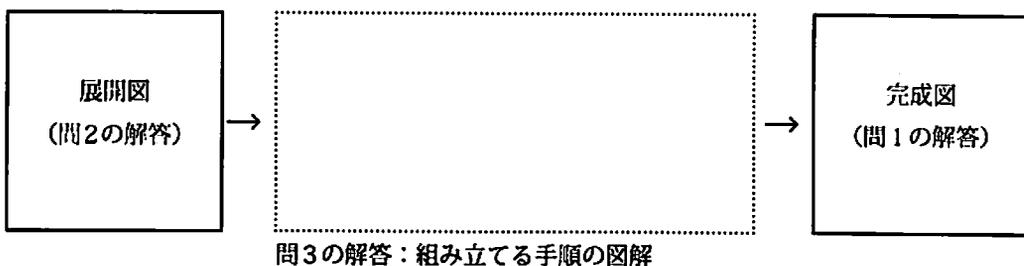


図 2

情報デザインの問題は、このページで終りである。

認知心理学

I 記憶についての次の文章を読んで、以下の問いに答えよ。(配点 50 点)

Godden & Baddeley (1975) は次のような記憶の実験を行った。被験者に陸上もしくは約 6m 水面下で単語リストを学習してもらい、陸上もしくは水中でその再生を求めた。その結果、学習と再生が同じ環境でなされた場合(陸上学習—陸上再生、水中学習—水中再生)の方が、異なる環境(陸上学習—水中再生、水中学習—陸上再生)でなされるよりも再生の成績が 。Godden & Baddeley (1980) は同様の実験を、再認テストを用いて行った。その結果、陸上学習の方が水中学習より、再認の環境(陸上再認、水中再認)に関わらず一貫して成績が良く、再認の環境による違いは見られなかった。

問 1 に入る適切な語句を、以下の選択肢の中から一つ選んで答えよ。

(a) 良かった (b) 悪かった (c) 良くも悪くもなかった

問 2 再認の方の実験結果をグラフにするとしたら、どのようなグラフ(概略図)になるかを答えよ。大まかに実験結果が分かるように描けばよい。

問 3 再生テストと再認テストはどのような記憶テストなのか、両者の違いが分かるようにそれぞれ簡潔に記述せよ。

問 4 なぜ二つの実験の結果がこのようになったのか、その理由を簡潔に説明せよ。

引用文献：

Godden, D. R., & Baddeley, A. D. (1975). Context-dependent memory in two natural environments: On land and underwater. *British Journal of Psychology*, 66, 325-331.

Godden, D., & Baddeley, A. (1980). When does context influence recognition memory?. *British Journal of Psychology*, 71, 99-104.

認知心理学の問題は、このページで終りである。

ヒューマンインタフェース

I 人間中心設計において用いられる次の手法について、図1を参考にしながら以下の問いに答えよ。(配点50点)

- ・フォーカスグループインタビュー
- ・ペルソナ手法

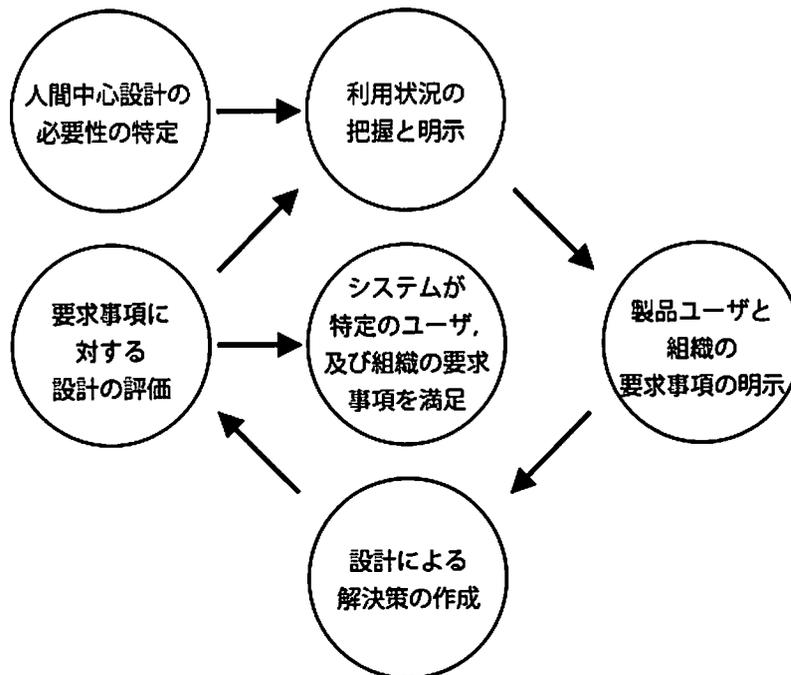


図1 人間中心設計 (ISO9241-210として2010年3月に改訂) のプロセス

問1 フォーカスグループインタビューの手法について説明せよ。なお、目的および手順に必ず言及すること。

問2 フォーカスグループインタビューにおいて期待される効果と懸念される点について、それぞれ1つずつ挙げよ。

問3 ペルソナ手法について説明せよ。なお、目的および手順に必ず言及すること。

問4 ペルソナ手法において期待される効果と懸念される点について、それぞれ1つずつ挙げよ。

ヒューマンインタフェースの問題は、このページで終りである。

アルゴリズムとデータ構造

- I クイックソートに関する以下の問いに答えよ。ただし、クイックソートの対象となるデータの数を N 、クイックソートでのデータの比較回数を C_N と表す。この C_N は、ソート前のデータの並びと枢軸（ピボット）の選択方法に依存する。ここでは、簡単のために $N = 2^m$ とし、 m は正の整数とする。（配点 50 点）

問1 クイックソートは、分割統治法にもとづく整列（ソート）である。クイックソートの整列アルゴリズムを、分割統治法であることが明確となるように説明せよ。

問2 クイックソートで、次の漸化式が満たされるような結果となった場合、 C_N は最小となる。このとき、 C_N を最小とするためには、問1で説明したアルゴリズムがデータをどのように分割する必要があるのかを説明せよ。さらに、 C_N を N と m の関数として求めよ。

$$C_{2N} = 2C_N + 2N, \quad N \geq 2$$

$$C_2 \equiv 2$$

問3 全ての値が異なる昇順に整列済みのデータを、整列対象の先頭データを枢軸に選ぶクイックソートによって、降順に整列させた場合、 C_N は最大となる。このとき、問1で説明したアルゴリズムが、データをどのように分割するのかを説明せよ。また、このときの C_N を求めよ。

問4 N が十分大きく、かつ、全ての値が異なるデータの場合、任意の並びのデータに対して、 C_N が最大になることを防ぐ枢軸の選択方法を一つ示し、その理由とともに説明せよ。

アルゴリズムとデータ構造の問題は、このページで終りである。

平成27年度 大学院博士(前期)課程入学者選抜学力試験

複雑系情報科学領域

専門科目

[90分]

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないでください。
2. 出題科目およびページと科目の選択方法は、下表のとおりです。下記の指示に従って解答した3科目の解答用紙を提出してください。なお、ページ番号のついていない紙は下書き用紙です。

出題科目	ページ	問題数	選択方法
基礎数学	1	2問	左の4科目のうちから3科目を選択し、解答してください。
情報数学	2	2問	
応用数学	3	2問	
アルゴリズムとデータ構造	4	1問	

3. 解答用紙は12枚に分かれているので、1科目に4枚の解答用紙を用いてください。解答に用いなかった解答用紙も含め、すべての解答用紙の所定欄に科目名、受験番号をはっきりと記入してください。
4. 解答冊子の表紙の所定欄に受験番号と氏名をはっきりと記入してください。さらに、選択した科目名の先頭に○印を記入してください。
5. 解答欄内に指定された問題番号(I, IIなど)、問いの番号(問1など)が明記されていない場合には、問題番号、問いの番号を記入してから解答を始めてください。
6. 計算または下書き用紙3枚が解答用紙と一緒にあります。
7. 試験中に問題冊子の印刷不明瞭、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気がついた場合は、静かに手を上げて監督員に知らせてください。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。
9. 問題ごとに配点が記されています。

基礎数学

I $a_1 = 3, a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{5}{a_n} \right) (n = 1, 2, 3, \dots)$ で定まる数列 $\{a_n\}$ について、以下の問いに答えよ。(配点 25 点)

問1 $x > 0$ に対して、 $\frac{1}{2} \left(x + \frac{5}{x} \right) \geq \sqrt{5}$ が成り立つことを示せ。また、 $a_n \geq \sqrt{5} (n = 1, 2, 3, \dots)$ が成り立つことを示せ。

問2 $x \geq \sqrt{5}$ に対して、 $\frac{1}{2} \left(\frac{5}{x} - x \right) \leq 0$ が成り立つことを示せ。また、 $a_{n+1} \leq a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ が成り立つことを示せ。

問3 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

II 3次正方行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ について、以下の問いに答えよ。(配点 25 点)

問1 A の行列式の値を求めよ。

問2 A のすべての固有値と、それらに対応する固有ベクトルを求めよ。

問3 3次元数ベクトルの列 $\{y_n\}$ を

$$y_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad y_{n+1} = Ay_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定めるとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \|y_n\|$ を求めよ。ただし、3次元数ベクトル $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ に対し $\|\mathbf{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ とする。

基礎数学の問題は、このページで終りである。

情報数学

I 節点集合を $\{a, b, c, d, e\}$, 辺集合を $\{(a, b), (b, c), (c, d), (d, e)\}$ とする無向グラフ G とその補グラフ \bar{G} について, 以下の問いに答えよ. (配点 25 点)

問1 \bar{G} を描け.

問2 \bar{G} の全域木のうち, G と同型となるものを1つ描け.

問3 G において, 長さ3の経路が存在しない節点の組をすべて求めよ.

II $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ とする. X から X への写像 π を

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 10 & 7 & 2 & 8 & 5 & 4 & 3 & 9 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

で定める. π^k で π の k 次の合成写像を表すとする. ただし, $k = 2, 3, 4, \dots$ とする. 以下の問いに答えよ. (配点 25 点)

問1 π の逆写像を求めよ.

問2 π^2, π^3 をそれぞれ求めよ.

問3 π^k が恒等写像になるための k に関する必要十分条件を求めよ.

情報数学の問題は, このページで終りである.

応用数学

- I 未知関数 $y = y(x)$ に対する微分方程式 $y'' + 6y' + 9y = e^{-2x} \sin x$ を解け.
(配点 25 点)

- II 区間 $[-\pi, \pi]$ で定義された関数

$$f(x) = \frac{1}{2}x$$

に対して, 以下の問いに答えよ. (配点 25 点)

問1 $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin kx \, dx$ を求めよ. ただし, $k = 1, 2, 3, \dots$ とする.

問2 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx)$$

とフーリエ級数展開する. フーリエ級数 a_0 および a_k, b_k ($k = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ.

問3 問2の結果を用いて,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} = \frac{1}{4}\pi$$

を示せ.

応用数学の問題は, このページで終りである.

アルゴリズムとデータ構造

I クイックソートに関する以下の問いに答えよ。ただし、クイックソートの対象となるデータの数を N 、クイックソートでのデータの比較回数を C_N と表す。この C_N は、ソート前のデータの並びと枢軸（ピボット）の選択方法に依存する。ここでは、簡単のために $N = 2^m$ とし、 m は正の整数とする。（配点 50 点）

問1 クイックソートは、分割統治法にもとづく整列（ソート）である。クイックソートの整列アルゴリズムを、分割統治法であることが明確となるように説明せよ。

問2 クイックソートで、次の漸化式が満たされるような結果となった場合、 C_N は最小となる。このとき、 C_N を最小とするためには、問1で説明したアルゴリズムがデータをどのように分割する必要があるのかを説明せよ。さらに、 C_N を N と m の関数として求めよ。

$$C_{2N} = 2C_N + 2N, \quad N \geq 2$$

$$C_2 = 2$$

問3 全ての値が異なる昇順に整列済みのデータを、整列対象の先頭データを枢軸に選ぶクイックソートによって、降順に整列させた場合、 C_N は最大となる。このとき、問1で説明したアルゴリズムが、データをどのように分割するのかを説明せよ。また、このときの C_N を求めよ。

問4 N が十分大きく、かつ、全ての値が異なるデータの場合、任意の並びのデータに対して、 C_N が最大になることを防ぐ枢軸の選択方法を一つ示し、その理由とともに説明せよ。

アルゴリズムとデータ構造の問題は、このページで終りである。

平成27年度 大学院博士(前期)課程入学者選抜学力試験

知能情報科学領域

専 門 科 目

[90分]

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないでください。
2. 出題科目およびページと科目の選択方法は、下表のとおりです。下記の指示に従って解答した3科目の解答用紙を提出してください。なお、ページ番号のついていない紙は下書き用紙です。

出 題 科 目	ペ ー ジ	問 題 数	選 択 方 法
基 礎 数 学	1	2 問	左の4科目のうちから3科目を選択し、解答してください。
情 報 数 学	2	2 問	
人 工 知 能	3 ~ 4	1 問	
アルゴリズムとデータ構造	5	1 問	

3. 解答用紙は12枚に分かれているので、1科目に4枚の解答用紙を用いてください。解答に用いなかった解答用紙も含め、すべての解答用紙の所定欄に科目名、受験番号をはっきりと記入してください。
4. 解答冊子の表紙の所定欄に受験番号と氏名をはっきりと記入してください。さらに、選択した科目名の先頭に○印を記入してください。
5. 解答欄内に指定された問題番号 (I, II など)、問いの番号 (問1 など) が明記されていない場合には、問題番号、問いの番号を記入してから解答を始めてください。
6. 計算または下書き用紙3枚と下書き用原稿用紙1枚が解答用紙と一緒にあります。
7. 試験中に問題冊子の印刷不明瞭、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気がついた場合は、静かに手を上げて監督員に知らせてください。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。
9. 問題ごとに配点が記されています。

基礎数学

I $a_1 = 3, a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{5}{a_n} \right) (n = 1, 2, 3, \dots)$ で定まる数列 $\{a_n\}$ について、以下の問いに答えよ。(配点 25 点)

問1 $x > 0$ に対して、 $\frac{1}{2} \left(x + \frac{5}{x} \right) \geq \sqrt{5}$ が成り立つことを示せ。また、 $a_n \geq \sqrt{5} (n = 1, 2, 3, \dots)$ が成り立つことを示せ。

問2 $x \geq \sqrt{5}$ に対して、 $\frac{1}{2} \left(\frac{5}{x} - x \right) \leq 0$ が成り立つことを示せ。また、 $a_{n+1} \leq a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ が成り立つことを示せ。

問3 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

II 3次正方行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ について、以下の問いに答えよ。(配点 25 点)

問1 A の行列式の値を求めよ。

問2 A のすべての固有値と、それらに対応する固有ベクトルを求めよ。

問3 3次元数ベクトルの列 $\{y_n\}$ を

$$y_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad y_{n+1} = Ay_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定めるとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \|y_n\|$ を求めよ。ただし、3次元数ベクトル $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ に対し $\|\mathbf{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ とする。

基礎数学の問題は、このページで終りである。

情報数学

I 節点集合を $\{a, b, c, d, e\}$, 辺集合を $\{(a, b), (b, c), (c, d), (d, e)\}$ とする無向グラフ G とその補グラフ \bar{G} について, 以下の問いに答えよ. (配点 25 点)

問1 \bar{G} を描け.

問2 \bar{G} の全域木のうち, G と同型となるものを1つ描け.

問3 G において, 長さ3の経路が存在しない節点の組をすべて求めよ.

II $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ とする. X から X への写像 π を

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 10 & 7 & 2 & 8 & 5 & 4 & 3 & 9 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

で定める. π^k で π の k 次の合成写像を表すとする. ただし, $k = 2, 3, 4, \dots$ とする. 以下の問いに答えよ. (配点 25 点)

問1 π の逆写像を求めよ.

問2 π^2, π^3 をそれぞれ求めよ.

問3 π^k が恒等写像になるための k に関する必要十分条件を求めよ.

情報数学の問題は, このページで終りである.

人工知能

I N クイーン問題とは、チェスのルールを利用したパズルで、縦・横・斜めのうちいずれか1つの方向に何マスでも動くことのできるクイーンの駒(Qと表す)を N 個用いて、 $N \times N$ マス上に互いの移動先を妨げないように配置を求める問題のことである。たとえば、6クイーン問題には図1の解が存在する。ここでは N クイーン問題を探索によって解くことを考える。このとき以下の問いに答えよ。(配点50点)

				Q	
		Q			
Q					
					Q
			Q		
	Q				

図1. 6クイーン問題の解の例

問1 縦型探索(深さ優先探索)とは何か、横型探索(幅優先探索)とは何か、それぞれ200字以内で説明せよ。ただし、図は使わずに文章だけで説明すること。

問2 4クイーン問題を考える。図2のようにすでにクイーンを2個置いた状態を初期状態として、縦型探索によって解を1つ求めよ。また、その解を求めるまでの探索木を書け。

		Q	
Q			

図2. 4クイーン問題でクイーンを2個置いた初期状態

問3 5クイーン問題を考える。図3のようにすでにクイーンを2個置いた状態を初期状態として、横型探索によって解を1つ求めよ。また、その解を求めるまでの探索木を書け。

			Q	
Q				

図3. 5クイーン問題でクイーンを2個置いた初期状態

人工知能の問題は、このページで終りである。

アルゴリズムとデータ構造

I クイックソートに関する以下の問いに答えよ。ただし、クイックソートの対象となるデータの数を N 、クイックソートでのデータの比較回数を C_N と表す。この C_N は、ソート前のデータの並びと枢軸（ピボット）の選択方法に依存する。ここでは、簡単のために $N = 2^m$ とし、 m は正の整数とする。（配点 50 点）

問 1 クイックソートは、分割統治法にもとづく整列（ソート）である。クイックソートの整列アルゴリズムを、分割統治法であることが明確となるように説明せよ。

問 2 クイックソートで、次の漸化式が満たされるような結果となった場合、 C_N は最小となる。このとき、 C_N を最小とするためには、問 1 で説明したアルゴリズムがデータをどのように分割する必要があるのかを説明せよ。さらに、 C_N を N と m の関数として求めよ。

$$C_{2N} = 2C_N + 2N, \quad N \geq 2$$

$$C_2 \equiv 2$$

問 3 全ての値が異なる昇順に整列済みのデータを、整列対象の先頭データを枢軸に選ぶクイックソートによって、降順に整列させた場合、 C_N は最大となる。このとき、問 1 で説明したアルゴリズムが、データをどのように分割するのかを説明せよ。また、このときの C_N を求めよ。

問 4 N が十分大きく、かつ、全ての値が異なるデータの場合、任意の並びのデータに対して、 C_N が最大になることを防ぐ枢軸の選択方法を一つ示し、その理由とともに説明せよ。

アルゴリズムとデータ構造の問題は、このページで終りである。