

# ディーラーをやっつける! 複雑系の数理とシミュレーション

## Beat the dealer! Mathematics of Complex Systems and Simulation.

菱田美紗紀 / 柏田輝 / 尾崎拓海 / 伊藤晋之介 / 轟木文弥 / 葛西隼人 / 薩田凱斗 / 柿崎大輝 / 鳥谷航大 / 渡邊凜 / 米村祥裕

Misaki Hishida/Hikaru Kashiwada/Takumi Ozaki/Shinnosuke Ito/Humiya Todoroki/Hayato Kasai/Kaito Satta/Daiki Kakizaki/Kodai Toriya/Rin Watanabe/Yoshihiro Yonemura

### 概要 Overview

本プロジェクトでは、カジノにおいて最もポピュラーなゲームの一つであるブラックジャックを取り扱っている。我々はブラックジャックにおいて総合的に優秀な戦略を探索することをプロジェクトの目的としている。このプロジェクトにおいて、優秀な戦略とは、利得が他の戦略より大きく、プレイヤーにとって扱いやすい戦略である。扱いやすい戦略を探索するために、我々は戦略の複雑性を定義した。また、複雑性とゲームプレイ時の勝率とを合わせた性能指標についても定義した。定義した性能指標を用いて戦略を探索した結果、新しい戦略を得ることに成功した。従来の戦略と新しい戦略とを扱いやすさを考慮して比較するために、プレイヤーのエラーを実装したシミュレーションを行った。シミュレーションの結果として我々の戦略が従来の戦略よりも、扱いやすさと利得を考慮した上で優れていることが確認できた。

In this project, we research about blackjack what is one of the most popular games in casino. The objective of the project is to explore comprehensively excellent strategies in Blackjack. In this project, an excellent strategy is a strategy that gains are larger than other strategies, which is easy for players to handle. To explore a manageable strategy, we defined the complexity of the strategy. We also defined performance indicators combining the complexity and the winning percentage during game play. As a result of exploring the strategy using the defined performance index, we succeeded in obtaining a new strategy. In order to compare the traditional strategy and the new strategy considering ease of handling, we did simulation implemented with player error. As a result of the simulation, we confirmed that our strategy is superior to conventional strategy considering ease of handling and gain.

### GA による戦略の探索 Search strategy by GA

複雑性と勝率とを考慮した場合、探索すべき戦略の組み合わせはきわめて多い。そのため効率的に戦略を探索するために遺伝的アルゴリズム (GA) を用いた。GA に関する詳しい情報は別ポスターに記載している。デッキ数無限の条件でシミュレーションを行い戦略を探索した。得られた戦略を GA 戦略と呼称する。基本戦略 (BS)、ヒット・スタンドのみの基本戦略 (BS-HS)、GA 戦略それぞれについてデッキ数 6 でシミュレーションを行った結果を表 1 に示す。

Considering the complexity and winning percentage, the combination of strategies to be searched for is a lot. Therefore, we used genetic algorithm (GA) to efficiently search strategies. Detailed information on genetic algorithm is described in another poster. The obtained strategy is called a "strategy GA". The table shows the simulation results for the basic strategy (BS) the basic strategy with only the hit stand (BS-HS), and the strategy GA with the number of decks 6.

表 1 戦略ごとのシミュレーション結果

Table 1 Simulation results for each strategy

| 戦略    | 勝ち (%) | 負け (%) | 引き分け (%) |
|-------|--------|--------|----------|
| BS    | 43.76  | 47.57  | 8.67     |
| BS-HS | 42.75  | 48.64  | 8.62     |
| GA    | 42.86  | 49.50  | 7.64     |

### エラー率の導入 Introduce error rate

実際のゲームにおいては、複雑な戦略はより単純な戦略に比べて正しく使用するのが困難である。そのため、エラー率を導入し、プレイヤーが戦略を誤るという現象を擬似的に再現することを考えた。エラー率は戦略を人に使用してもらう実験の結果を利用して導出した。プレイヤーがエラー率によってランダムに戦略を誤って使用するように設定しシミュレーションを 40 ゲーム 5 万回行った。誤った場合、どの行動をプレイヤーがとるのかについては、表 2 の示す通りである。シミュレーションの結果所持金の推移は図 1 のようになった。

In actual games, complex strategies are more difficult to use correctly than simpler strategies. For this reason, we introduced an error rate to reproduce the phenomenon that player misses strategy. The error rate was derived using the results of experiments that people use strategies. We set the player to use the strategy by mistake randomly according to the error rate and carried out the simulation 50,000 times 40 games. What action the player takes when player missed set up as shown in the Table 2.

As a result of the simulation, the transition of money held became as shown in the Figure 1.

表 2 エラー率導入時の所持金の推移

Table 2 Transition of money when introduced error rate

| 本来の動作  | ミスした時の動作   |        |
|--------|------------|--------|
| ヒット    | 80%        | スタンド   |
|        | 20%        | ダブルダウン |
| スタンド   | 80%        | ヒット    |
|        | 20%        | ダブルダウン |
| ダブルダウン | 50%        | ヒット    |
|        | 50%        | スタンド   |
| スプリット  | スプリットを行わない |        |

### 結果 Results

エラー率を考慮した場合、基本戦略 (BS) は他の戦略に比べて最終的な所持金が一番低いという結果になった。また GA 戦略は他の戦略に比べて最も所持金が多いという結果となった。本プロジェクトの目標である人に扱いやすい戦略を得るというのが、一部達成できたと言える。

Considering the error rate, the basic strategy (BS) resulted in the lowest final holdings compared to other strategies. In addition, Strategy GA resulted in the largest amount of money held compared with other strategies. It can be said that part of achieving a strategy that is easy for people to manage which is the goal of this project, was achieved.

### 今後の課題 Future tasks

今後の課題としては次のようなことが考えられる。

- 性能評価の指標が複雑性の影響を受けすぎるため、調整もしくは新しい性能評価方法を考える
- プレイヤーの戦略がディーラーに感知されにくいという評価を取り入れる
- 利得がプラスになる戦略を探索する

As future tasks, the following can be considered.

- Consider about a new performance evaluation method because current performance evaluation is too sensitive to complexity
- Incorporate an evaluation of whether the strategy of the player is hard to be perceived by the dealer
- Search for a strategy with a positive gain

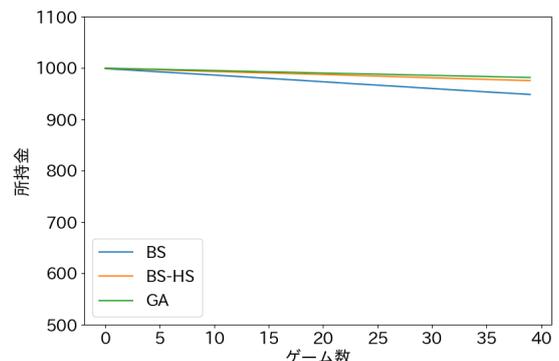


図 1 エラー率導入時の所持金の推移

Figure 1 Transition of money when introduced error rate

# 基本戦略

## 基本戦略とは

基本戦略とは、自分に配られたカードと、ディーラーの表向きのカード（アップカード）の2つから、プレイヤーがどの行動を取るのが良いのかを確率的に計算したものである。以下に基本戦略の表を示す。

|           |        | ディーラーのアップカード |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |
|-----------|--------|--------------|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|
|           |        | 2            | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | A |   |
| プレイヤーのハンド | ハードハンド | 11以下         | H | H | H | H | H | H | H | H  | H | H |
|           | 12     | H            | H | S | S | S | H | H | H | H  | H |   |
|           | 13~16  | S            | S | S | S | S | H | H | H | H  | H |   |
|           | 17以上   | S            | S | S | S | S | S | S | S | S  | S |   |
| ソフトハンド    | A2~A6  | H            | H | H | H | H | H | H | H | H  | H |   |
| A7        | S      | S            | S | S | S | S | S | H | H | H  |   |   |
| A8~A10    | S      | S            | S | S | S | S | S | S | S | S  |   |   |
| AA        | H      | H            | H | H | H | H | H | H | H | H  |   |   |

表 1. ヒット・スタンドのみの基本戦略 (BS-HS)

|           |        | ディーラーのアップカード |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |
|-----------|--------|--------------|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|
|           |        | 2            | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | A |   |
| プレイヤーのハンド | ハードハンド | 8以下          | H | H | H | H | H | H | H | H  | H | H |
|           |        | 9            | H | D | D | D | D | H | H | H  | H | H |
|           |        | 10           | D | D | D | D | D | D | D | D  | H | H |
|           |        | 11           | D | D | D | D | D | D | D | D  | D | D |
|           |        | 12           | H | H | S | S | S | H | H | H  | H | H |
|           |        | 13~16        | S | S | S | S | S | H | H | H  | H | H |
|           |        | 17以上         | S | S | S | S | S | S | S | S  | S | S |
|           | ソフトハンド | A2           | H | H | H | H | D | H | H | H  | H | H |
|           |        | A3           | H | H | H | D | D | H | H | H  | H | H |
|           |        | A4           | H | H | D | D | D | H | H | H  | H | H |
| A5        |        | H            | H | D | D | D | H | H | H | H  | H |   |
| A6        |        | H            | D | D | D | D | H | H | H | H  | H |   |
| A7        |        | D            | D | D | D | D | S | S | H | H  | S |   |
| A8        |        | S            | S | S | S | D | S | S | S | S  | S |   |
| A9        |        | S            | S | S | S | S | S | S | S | S  | S |   |
| A10       |        | S            | S | S | S | S | S | S | S | S  | S |   |
| AA        |        | P            | P | P | P | P | P | P | P | P  | P |   |
| スプリット     | 22     | H            | H | P | P | P | P | H | H | H  | H |   |
|           | 33     | P            | P | P | P | P | P | H | H | H  | H |   |
|           | 44     | H            | H | H | P | P | H | H | H | H  | H |   |
|           | 55     | D            | D | D | D | D | D | D | D | H  | H |   |
|           | 66     | P            | P | P | P | P | H | H | H | H  | H |   |
|           | 77     | P            | P | P | P | P | P | H | H | H  | H |   |
|           | 88     | P            | P | P | P | P | P | P | P | P  | P |   |
|           | 99     | P            | P | P | P | P | S | P | P | S  | S |   |
|           | 1010   | S            | S | S | S | S | S | S | S | S  | S |   |

表 2. 基本戦略 (BS)

2つの表での「H」はヒット、「S」はスタンド、「D」はダブルダウン、「P」はスプリットを表している。

左の表はヒット、スタンドのみの基本戦略 (BS-HS) であり、右の表はヒット、スタンド、ダブルダウン、スプリットを含んだ基本戦略 (BS) である。

ソフトハンドとは「A」が存在する手札のことで、逆にハードハンドは「A」を含まない手札のことを意味する。

## 導出

$E_{s,x}$  をプレイヤーの合計が  $x$  の時にスタンドした場合の利得、 $E_{d,x}$  をハードハンドのプレイヤーの合計値が  $x$  の時にヒットした場合の利得、 $P()$  は確率、 $T$  はディーラーの最終的な合計値を表す確率変数とした時、 $J$  をプレイヤーが1回ヒットした時の合計値を表す確率変数とした場合、 $E_{s,x}$  と  $E_{d,x}$  を以下のように定義する。

$$E_{s,x} = P(T > 21) + P(T < x) - P(X < T \leq 21)$$

$$E_{d,x} = P(J < 17)2P(T > 21) - 1 + \sum_{j=17}^{21} P(J = j)P(T > 21) + P(T < j) - P(j < T \leq 21) - P(J > 21)$$

$E_{d*,x} - E_{s,x} > 0$  の時、ヒットと判断する。

ソフトハンドの場合、別の式を用いる。 $E_{d*,x}$  はソフトハンドのプレイヤーが1枚引いた後にハードハンドの基本戦略でヒットやスタンドした時の利得、 $H$  をハードハンドの基本戦略に従ったプレイヤーの最終合計値を表す確率変数、 $H_p$  はハードハンドの基本戦略に従ったプレイヤーの途中での合計を表す確率変数、 $M$  はハードハンド時のスタンドする最小の合計値として、 $E_{d*,x}$  を以下のように定義する。

$$E_{d*,x} = \sum_{j \leq M} P(J = j)E_{s,j} + \sum_{j < M} P(J = j) \sum_{h \leq M} P\left(\frac{H = h}{H_p = j}\right)E_{s,h}$$

$E_{d*,x} - E_{s,x} > 0$  の時、ヒットと判断する。

# 遺伝的アルゴリズムによる戦略の導出

## 基本原理

複雑性を考慮した場合に、基本戦略より優秀な戦略が存在するかを確認することを目的とした。優秀な戦略を探すために、我々は遺伝的アルゴリズムという最適化アルゴリズムを用いた。

遺伝的アルゴリズムは生物の進化メカニズムの諸要素を元に考案されたアルゴリズムである。進化メカニズムを、個体の環境への適応度の計算、親個体の選択による環境淘汰、親個体らの遺伝子を交叉させることによる子個体の生成、個体の突然変異という遺伝操作に分けることで進化を実現し、最適解を得るという形式になっている。

## 遺伝子コーディング

遺伝情報には表現型と遺伝子型があり、表現型はアルゴリズムを適用する対象に相当する。遺伝的アルゴリズムでは適用対象の表現型と遺伝子型とを変換する。これを遺伝子コーディングという。今回はブラックジャックのヒット (H) とスタンド (S) をそれぞれ 0 と 1 とに変換してバイナリ表現にしている。

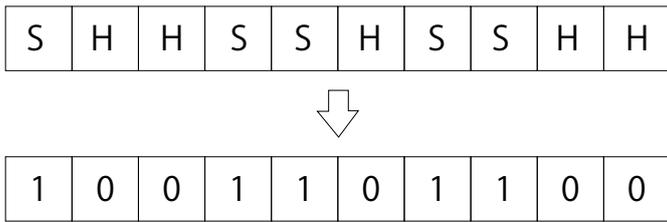


図 1 遺伝子コーディングの例

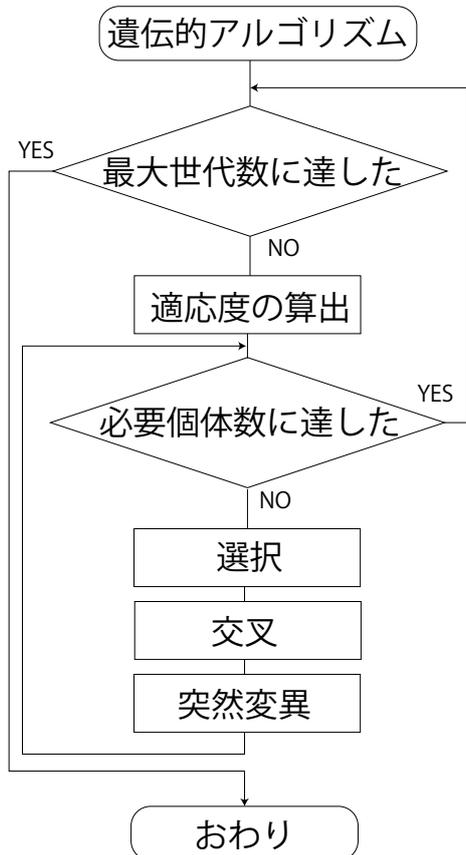


図 2 遺伝的アルゴリズムのフローチャート

## 遺伝操作

### ルーレット選択・エリート選択

前世代の個体群から次世代の個体を作る親個体を選出する。ルーレット選択方式では、 $N$  個の個体群から各個体  $i$  が親個体として選ばれる確率を次の式で与える。

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_k^N f_k}$$

また、今回はエリート選択方式を採用した。エリート選択方式では、最優秀個体を子世代にコピーする。これによって最優秀個体の性能が低下しないことが保障される。

### 一様交叉

個体の遺伝子長と同じ大きさのビット列  $M$  を生成する。ビット列は 0 もしくは 1 の値をとる。今回は  $M$  の  $i$  番目のビットの値から次の処理を行うものとした。

$$m_i = 0 \text{ の場合, } k_i \leftarrow L_i, l_i \leftarrow K_i$$

$$m_i = 1 \text{ の場合, } k_i \leftarrow K_i, l_i \leftarrow L_i$$

### 突然変異

子世代個体の全個体について、各遺伝子ビットをランダムに反転させる。反転させる確率は一律に  $1/180$  とした。

## 実験条件

- ・デッキ数は無限と仮定
- ・個体の適応度は性能  $1$  (勝率 ÷ 複雑性) で算出
- ・個体の勝率を算出する際は 5 万回ゲームを行う
- ・初期個体には、基本戦略、14 以上でスタンド、15 以上でスタンド、16 以上でスタンドする戦略をそれぞれ 5 個体ずつ設定
- ・交叉率は 0.85, 突然変異率は  $1/180$  とした
- ・遺伝子長は 180, 個体数は 200, 最大世代数は 10000 とした

## 実験結果

遺伝的アルゴリズムのプログラムを実行した結果、個体群の性能は図 3 に示したように進化した。max は最優秀個体の性能, min は最低個体の性能, mean は全個体の平均性能, median は全個体の性能の中央値, top\_mean は上位 10 個体の平均性能, top\_median は上位 10 個体の性能の中央値を表している。

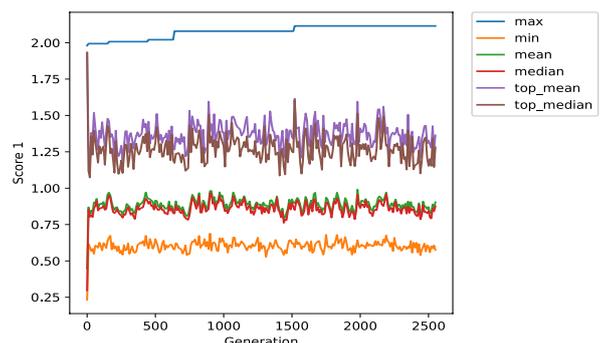


図 3 遺伝的アルゴリズムの進行

※ 最優秀個体の戦略については発表スライドおよびメインポスターを参照

# 複雑性の検証と実験

## 1. 概要

複雑性の異なる3つの戦略表A,B,Cを用意し、いくつかのグループに戦略表を記憶してもらった後、用意したテストに答えてもらうことで複雑性が成績と関連を持つかどうかを確認した。

## 2. 仮説

実験をする上で以下の2つの仮説を立てた。

1. 複雑性は人が戦略表を記憶する時に感じる難易度とは違う可能性があると考えられる
2. 一般的な認知的判断能力と戦略表を扱う能力は同じ能力である

## 3. 実験概要

- 被験者の募集方法
  - 事前に実験の内容を知らせずに募集した
- 被験者
  - 本学の学生から男性15人、女性5人の計20人
  - 年齢は18~21歳
- 報酬について
  - 実験結果に応じて報酬を渡した。
  - 報酬については成績が高いほど多くなるように分配した
- グループについて
  - 戦略表A,Bを記憶するグループXと戦略表A,Cを記憶するグループYに分けた

## 4. 実験手順

1. ブラックジャックについての説明を行う
2. ブラックジャックの説明後5~10分程度実際にプレイしゲームを理解してもらう
3. 被験者をグループごとに分ける
4. 戦略表を配り10分間で記憶してもらう
5. テストを配り7分間で解答してもらう
6. 解答を配り採点してもらう
7. 4~6を戦略表を変更し繰り返す
8. CRTを行う
9. 結果に応じた報酬を配り実験を終了する

## 5. 結果・考察

図1は実験データで行った無相関検定の条件である。グループXとグループYの列はCRTと成績の相関の検定の条件を表し、複雑性と成績の列は、各戦略の複雑性と成績の相関の検定の条件を表している。

図1からCRTは成績と相関がなかったが、複雑性は成績と相関があることが確認された。

また、図2は分散分析と多重比較の検定条件を表している。

図2から各戦略の平均点には差があり、かつすべての戦略間において有意な差が見られた。

以上より、

1. 定義した複雑性は評価指標として間違っていないことが確認された
2. 一般的な認知能力とブラックジャックの戦略を扱う能力は関係ないことが確認された

|      | グループX     | グループY | 複雑性と成績 |
|------|-----------|-------|--------|
| 帰無仮説 | 相関係数が0    |       |        |
| 対立仮説 | 相関係数が0でない |       |        |
| 相関係数 | 0.145     | 0.079 | -0.942 |
| 自由度  | 8         |       | 18     |
| T値   | 0.415     | 0.224 | 7.963  |
| 有意水準 | 5%        |       |        |
| P値   | 0.689     | 0.829 | 0.000  |

図1 無相関検定の条件

|      | 全ての戦略間       | A-B間     | A-C間  | B-C間  |
|------|--------------|----------|-------|-------|
| 帰無仮説 | 各戦略の平均点に差がない | 戦略間に差がない |       |       |
| 対立仮説 | 各戦略間に差がある    | 戦略間に差がある |       |       |
| 有意水準 | 5%           |          |       |       |
| P値   | 0.000        | 0.000    | 0.000 | 0.007 |

図2 分散分析と多重比較の条件

# ブラックジャック

## ブラックジャックについて

ブラックジャックとは、トランプを使用したゲームである。プレイヤーとディーラーが勝負し、トランプの合計値が 21 以下で相手より大きい方の勝利となる。

## ブラックジャックについて

### トランプの扱いについて

- ・マークは考慮しない
- ・2~10 まではそのままの数
- ・J・Q・K は 10 として扱う
- ・A は 11 または 1 で都合の良いほうとして扱う

### 勝敗条件

- ・合計が 21 以下で相手より大きい方が勝ち
- ・22 以上はバーストといい、バーストになった時点で負けになる
- ・合計値が同じ場合は引き分け
- ・最初の 2 枚の手札で 21 になる事をナチュラルブラックジャックといい、3 枚以上で合計値 21 よりも強い。

### 賭け金の扱い

- ・プレイヤーが勝つと賭け金の 2 倍が払い戻される
- ・プレイヤーがブラックジャックで勝つと賭け金の 2.5 倍が払い戻される
- ・ディーラーが勝つと賭け金を没収される

## ゲームの流れ

1. 賭け金を出します。
2. プレイヤー、ディーラーの順にカードが 1 枚配られ、再度同じように 2 枚目が配られます。このときプレイヤーのカードは 2 枚とも表向きですがディーラーは 1 枚は表向き (アップカード) でもう 1 枚は裏向きです。
3. プレイヤーの行動です。プレイヤーがバースト、もしくはスタンドした場合、プレイヤーの行動は終了です。
4. ディーラーの行動です。ディーラーがスタンド、もしくはバーストした場合、ディーラーの行動は終了です。
5. 勝敗を確認し、それに応じた支払いが行われて、ゲームの終了です。

## プレイヤーの選択肢

- ・ **ヒット**：カードを 1 枚引くこと、何度でもできる。
- ・ **スタンド**：カードを引かずに自分の行動を終了する。
- ・ **サレンダー**：降参する代わりに賭け金の半分をもらうことができる。最初の行動でのみ使える。
- ・ **ダブルダウン**：賭け金を 2 倍にしてヒットを行う。その後強制的にスタンド。最初の行動でのみ使える。
- ・ **スプリット**：最初に配られた 2 枚のカードが同じ数字だった場合に使用可能。最初の賭け金と同じ金額を追加し、手札を 2 つに分割してそれぞれで勝負する。
- ・ **インシュランス**：ディーラーの表向きのカード (アップカード) が「A」の場合使える。最初の賭け金の半分を使い、ディーラーがブラックジャックになればその賭け金の 2 倍が払い戻される。
- ・ **イーブンマネー**：インシュランスを使うときに自分のハンドがブラックジャックである場合、イーブンマネーと言う。

## ディーラーの行動

ディーラーは 17 以上になるまでヒットを続けなければならないという行動のルールが存在します。これによりディーラーの手札の最終合計値は 17,18,19,20,21, バーストのどれかになります。