

令和3年度 入学者選抜学力試験（前期）

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子と解答冊子を開かないでください。
2. 問題は必須問題と選択問題に分かれています。
3. 必須問題は2問あり、それらは1ページにあります。選択問題は問題範囲ごとにそれぞれ2問ずつあります。数学I・数学II・数学A・数学Bの問題は2ページに、数学IIIの問題は3ページにあります。
4. 解答冊子は、必須問題用と選択問題用の2冊に分かれています。それぞれの解答冊子の表紙の所定欄に氏名と受験番号をはっきりと記入してください。
5. 選択問題は解答する問題範囲を選び、選択問題用解答冊子の表紙の解答問題欄の選択欄に○印を記入してください。○印を記入していない場合、または複数の選択欄に○印を記入した場合は、0点となります。
6. 計算用紙は、解答冊子の中にとじてあります。
7. 試験中に問題冊子の印刷不明瞭、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気がついた場合は、静かに手を挙げて監督員に知らせてください。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。
9. 解答時間は120分です。
10. 問題ごとに配点が記されています。

必須問題

I 実数 x が, $\frac{3}{4}\pi < x < \pi$ および $\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = \frac{4}{3}$ をみたすとする. 以下の問いに答えよ. (配点 75 点)

問 1 $\cos x + \sin x$ の値を求めよ.

問 2 $\cos 2x + \sin 2x$ の値を求めよ.

問 3 $\cos 3x + \sin 3x$ の値を求めよ.

II 以下の問いに答えよ. (配点 75 点)

問 1 方程式 $39x - 17y = 1$ の整数解をすべて求めよ.

問 2 方程式 $39x - 17y = 1$ のどんな整数解 (x, y) についても, x, y が互いに素であることを示せ.

問 3 座標平面上で, x 座標, y 座標がともに整数である点と直線 $2(39x - 17y) = 7$ の距離の最小値を求めよ. さらに, そのときの点を 1 つ求め, その座標を答えよ.

必須問題は, このページで終了である.

選択問題 (数学 I・数学 II・数学 A・数学 B)

- I 3の累乗を分母とする0より大きく1より小さい既約分数を次のように並べた数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を考える.

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}, \frac{1}{27}, \frac{2}{27}, \frac{4}{27}, \dots$$

この数列を次のように群に分ける.

$$\begin{array}{ccc} \frac{1}{3}, \frac{2}{3} & | & \frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9} & | & \frac{1}{27}, \frac{2}{27}, \frac{4}{27}, \dots \\ \text{第1群} & & \text{第2群} & & \end{array}$$

ここで、第 m 群 ($m = 1, 2, 3, \dots$) には 3^m を分母とするすべての既約分数が入り、 a_n と a_{n+1} が同一の群に含まれるとき、 $a_{n+1} > a_n$ が成り立つ。以下の問いに答えよ。(配点 75 点)

問1 第 m 群に含まれる項の数を m を用いて表せ。

問2 k を 3^m 未満の3の倍数でない自然数とし、 k を3で割ったときの商を q 、余りを r とする。 r の取りうる値をすべて求めよ。また、 q の取りうる値の最大値を m を用いて表せ。さらに、 $a_n = \frac{k}{3^m}$ をみたす n を m, q, r を用いて表せ。

問3 a_{350} を求めよ。

問4 a_1 から第5群の最後の項までの和を求めよ。

- II 座標平面上において、 $y = \frac{3}{2}(1-x^2)$ であたえられる放物線を A とする。以下の問いに答えよ。(配点 75 点)

問1 放物線 A 上の点と点 $(0, b)$ との距離の最小値を b を用いて表せ。ただし、 $b < \frac{7}{6}$ とする。

問2 中心が点 $(0, \frac{2}{3})$ 、半径が $\frac{2}{3}$ の円と放物線 A の共有点をすべて求めよ。

問3 問2であたえた円と放物線 A で囲まれた部分の面積を求めよ。

数学 I・数学 II・数学 A・数学 B の問題は、
このページで終りである。

選択問題 (数学 III)

I 関数 $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ について、以下の問いに答えよ。(配点 75 点)

問 1 $f'(x)$ および $f''(x)$ を求めよ。さらに、曲線 $y = f(x)$ のグラフの概形を座標平面上にかき、変曲点を図示せよ。

問 2 座標平面上の 2 点 $(0, f(0))$, $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)$ を通る直線を l とする。直線 l , 直線 $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$, x 軸, および y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

問 3 定積分 $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} f(x) dx$ を求めよ。

問 4 問 2 および問 3 で求めた値を比較し、 $\pi > 3$ であることを示せ。

II 自然数 n に対して、 $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$ とする。以下の問いに答えよ。(配点 75 点)

問 1 I_1 と I_2 をそれぞれ求めよ。

問 2 $n \geq 3$ のとき、 I_n を n と I_{n-2} を用いて表せ。さらに、 n が偶数と奇数の 2 つの場合に分けて I_n を n を用いて表せ。

問 3 $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_{2n}^2$ を求めよ。ここで、不等式

$$nI_{2n}I_{2n+1} < nI_{2n}^2 < nI_{2n-1}I_{2n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を証明なしに用いてよい。

数学 III の問題は、このページで終りである。

令和3年度 入学者選抜学力試験(前期)

外国語(英語)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子と解答冊子を開かないでください。
2. 問題は1ページから10ページにあります。
3. 解答冊子の表紙の所定欄に氏名と受験番号をはっきりと記入してください。
4. 下書き用紙は、解答冊子の中にとじてあります。
5. 試験中に問題冊子の印刷不明瞭、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等気がついた場合は、静かに手を挙げて監督員に知らせてください。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。
7. 解答時間は90分です。
8. Partごとに配点が記されています。
9. 英語辞書を使用することができます。

Part 1: Reading Comprehension I

(配点 80 点)

Use the information in the article to answer questions (1) – (8). For each question, choose one answer (A, B, C or D).

著作権保護のため問題文は省略してあります

Source:

Mainichi Japan. (2020, April 10). Advances in Japan IT firms' 'touchless' technology boosted by virus fears. *The Mainichi*. Retrieved from <https://mainichi.jp/english/articles/20200409/p2a/00m/0na/039000c>

(1) According to the article, how has the development of products featuring touchless technology changed?

- (A) Its pace has increased.
- (B) Its pace has not changed.
- (C) Its pace has decreased.
- (D) It has stopped.

(2) According to the article, what is a feature of the sensor-equipped gate at the NEC Corp. headquarters?

- (A) It can recognize sports-themed masks.
- (B) It can confirm the identities of up to one thousand people per hour.
- (C) It can identify a person even if most of the face is hidden.
- (D) It can scan employee ID cards remotely.

(3) According to the article, how was the installation date of the sensor-equipped gate at NEC Corp.'s headquarters changed?

- (A) It was moved to an earlier date.
- (B) It was not changed.
- (C) It was delayed by one month.
- (D) It was delayed until the second half of the financial year.

(4) According to the article, what did an employee of NEC Corp. say about the latest model of the gate?

- (A) It will go on sale at the end of the financial year.
- (B) There is interest in purchasing it.
- (C) The company is satisfied with its accuracy.
- (D) It is used widely throughout Japan.

(5) According to the article, what touchless technology has Fujitec Co. developed for elevators?

- (A) a voice-activated system
- (B) a facial recognition system
- (C) a motion detector system
- (D) a self-cleaning system

(6) According to the article, what would a customer need to produce when using the cashless payment technology?

- (A) an ID card
- (B) a prepaid card
- (C) a phone
- (D) none of the above

(7) According to the article, what are NTT Docomo Inc. and Sony Corp. doing?

- (A) They are competing in the facial recognition technology market.
- (B) They are working to get their cashless payment technologies implemented quickly.
- (C) They are planning to start full tests of their touchless technology in 2020.
- (D) They are developing touchless technology for elevators.

(8) According to the article, which statement about the global touchless sensor technology market is true?

- (A) It is dominated by NEC and Sony.
- (B) The Japan Electronics and Information Technology Industries Association had a 47% share of it in 2014.
- (C) It is expected to increase in value by 47%.
- (D) Japanese companies accounted for nearly half of it in 2014.

Part 2: Writing I

(配点 50 点)

Explain two or three ways in which touchless technology could be used in your home. Write about 100 words in English.

(このページは白紙である)

Part 3: Reading Comprehension II

(配点 40 点)

Use the information in the article to answer questions (1) – (4). For each question, choose one answer (A, B, C or D).

著作権保護のため問題文は省略してあります

Source:

Kyodo. (2020, March 29). Japan plans ambitious expansion of esports to boost economy through 2025. *The Japan Times*. Retrieved from <https://www.japantimes.co.jp/news/2020/03/29/national/japan-expansion-esports-economy-2025>

(1) According to the article, what is one reason why the government is planning to expand esports?

- (A) to increase the income of people with disabilities
- (B) to increase the sales of single-player games
- (C) to support regional economies
- (D) to gain expertise in organising large tournaments

(2) According to the article, what is one reason why the Ministry of Economy, Trade and Industry will work with legal experts?

- (A) The esports industry lacks knowledge of intellectual property rights.
- (B) The ministry wants to buy the rights to online viewing and advertising.
- (C) Lawyers are needed to judge competitive games.
- (D) There are legal issues related to the development of gaming consoles.

(3) According to the article, which one of the following is expected to help Japan's esports market to grow?

- (A) improvements in retired people's cognitive health
- (B) single-player titles designed for smartphones
- (C) fast growth in the United States, China and parts of Europe
- (D) increased use of 5G technology

(4) According to the article, what has the Saitama City Citizens Social Network done to help retired people?

- (A) It has created customized esports controllers for them.
- (B) It has created a group to arrange esports events.
- (C) It has improved their cognitive health by 75%.
- (D) It helped them win the first esports event of its kind in the world.

Part 4: Writing II

(配点 30 点)

Do you think that esports should replace regular physical activity in high school? Explain your opinion with at least two reasons. Write about 60 words in English.