複雑系コース 田中 吉太郎 准教授が2020年度日本数学会応用数学研究奨励賞を受賞：

非局所相互作用による細胞や格子の大きさと形状を保存する空間離散モデルの連続化法

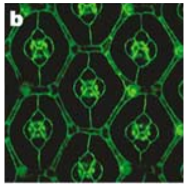
共同研究者：【理論班】栄伸一郎、石井宙志（北海道大学）、【生物実験班】佐藤純 、八杉徹雄、Miaoxing Wang （金沢大学）

【研究の概要】

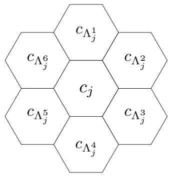
- 空間離散*モデルを同値変形で空間連続**モデルに変換する手法を開発した
- 空間離散モデルに連続モデルの解析手法や，数理モデリングの手法が適用可能となり，様々な応用が期待できる

空間離散モデル

領域を細胞や格子で分割して,その上で構築した数理モデル.
多細胞生物の発生現象等に対して，良い再現性をもち，実験と相性がよい．一方で解析が困難なことが多い．格子の大きさを0に極限をとって連続化することが多いが，離散構造が消失してしまうことがある.



ハエの複眼



六角格子

$$(\mathrm{P}_D)\quad \begin{cases} u_{1,t} = f(u_N, u_1, u_2) + g(u_1), \\ \vdots \\ u_{i,t} = f(u_{i-1}, u_i, u_{i+1}) + g(u_i), \\ \vdots \\ u_{N,t} = f(u_{N-1}, u_N, u_1) + g(u_N), \end{cases}$$

空間離散モデル

本連続化法

平行移動作用素や積分作用素を用いて離散モデルから同値変形で，細胞や格子の大きさと形状を保存したまま離散モデルを連続化できる

平行移動と特性関数
を用いて同値変形

(P_D) $\Longleftrightarrow$

連続モデル

$(\mathrm{P}_S)\ u_t = f(u(x-l,t),\ u,\ u(x+l,t)) + g(u)$

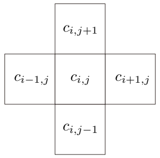
≀ 積分方程式で近似可能

$$(\mathrm{P}_\varepsilon)\ \ u_t^\varepsilon = f(u^\varepsilon * \rho_{\varepsilon,-l},\ u^\varepsilon,\ u^\varepsilon * \rho_{\varepsilon,l}) + g(u^\varepsilon),\quad 0 < \varepsilon \ll 1$$

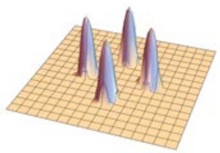
＊は重み関数との積分

応用例：連続モデルでも離散構造を再現できる.

積分方程式の重み関数を適当にとることで，連続モデルでも四角格子の離散的なパターンを再現できる.

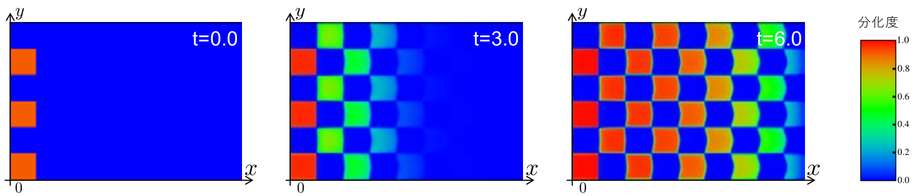


四角格子

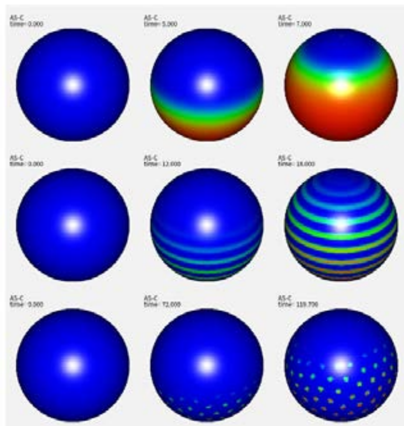


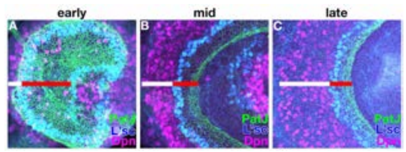
用いた重み関数

ハエの脳における分化の伝搬現象に対する数理モデルの数値計算結果：



応用例： 球面上に離散モデルを拡張できる





ハエの脳における分化の伝搬現象の写真(右)と数値計算結果（左）.

本手法を用いることで，解析しやすい形でより現実的な数理モデリングが可能となる.

*離散：自分の周りを切り取る区間を小さくしていくと自分以外含まれなくなる集合（数直線上の整数）**連続：自身の周りを切り取る区間を小さくしても，自身以外に元がある集合（数直線）