

令和4年度 大学院博士(前期)課程入学者選抜学力試験

A日程

情報アーキテクチャ・高度ICT領域

専 門 科 目

[90分]

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないでください。
2. 出題科目およびページは、下表のとおりです。問題ごとに配点が記されています。

出 題 科 目	ペ ー ジ	問 題 数	注 意
基 礎 数 学	1	2 問	左の4科目のうちから3科目を選択し、解答してください。
情 報 数 学	2	1 問	
アルゴリズムとデータ構造	4～6	1 問	
デ ー タ ベ ー ス 工 学	7	1 問	

3. 解答冊子の表紙の所定欄に氏名と受験番号をはっきりと記入してください。さらに、選択した科目名の選択欄に○印を記入してください。○印のついた3科目のみ採点します。
4. 解答用紙は4科目分がそれぞれ綴じてあります。解答に用いなかった解答用紙も含め、すべての解答用紙の所定欄に受験番号をはっきりと記入してください。
5. 解答用紙には、科目名、問題番号（I, IIなど）、問いの番号（問1など）が記入されているので、選択する科目の解答用紙を用いてください。
6. 計算／下書き用紙3枚が解答用紙と一緒にあります。
7. 試験中に問題冊子の印刷不明瞭、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気がついた場合は、静かに手を挙げて監督員に知らせてください。
8. 試験終了後、監督員の指示に従って、解答冊子の表紙と4科目分の解答用紙を袋に入れてください。4科目分の解答用紙が入っていない場合、入っていない科目の点数は0点となります。
9. 問題冊子と計算／下書き用紙は持ち帰ってください。

基礎数学

I 行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 0 & -1 \\ a & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

に対し、線形写像 $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ を $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ ($\mathbf{x} \in \mathbf{R}^3$) により定める。ただし、 a は実数とする。以下の問いに答えよ。(配点 25 点)

問 1 行列 A の階数を求めよ。

問 2 線形写像 f の核 $\text{Ker}(f)$ を求めよ。

問 3 線形写像 f の像 $\text{Im}(f)$ の基底を求めよ。

II 以下の問いに答えよ。(配点 25 点)

問 1 $f(x) = \sin x$, $g(x) = e^{-2x}$ とする。以下の式をみたす 8 つの定数 a_i および b_i ($i = 0, 1, 2, 3$) をすべて求めよ。

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + o(x^3) \quad (x \rightarrow 0)$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + o(x^3) \quad (x \rightarrow 0)$$

ただし、記号 o はランダウのスマールオーである。さらに、その結果を用いて極限

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2 \sin x} + \frac{1}{e^{-2x} - 1} \right)$$

を求めよ。

問 2 a は実数とする。広義積分 $\int_0^1 x^a \log x \, dx$ が収束するような a の値の範囲を求め、そのときの広義積分の値を a を用いて表せ。

基礎数学の問題は、このページで終了である。

情報数学

I n は自然数とする. 葉以外のすべての節点の分岐次数は 2, 葉の数が n 個の順序根付き木を T_n とする. さらに, 相異なる T_n の総数を p_n とする. このとき, $p_1 = p_2 = 1$, $p_3 = 2$ である. 以下の問いに答えよ. (配点 50 点)

問 1 相異なる T_4 をすべて示し, p_4 を求めよ.

問 2 T_n の節点数と辺の数をそれぞれ n を用いて表せ. ただし, 相異なる T_n の節点数は等しいことを証明なしに用いてよい.

問 3 T_n のすべての葉の深さが m となるとき, n を m を用いて表せ. ただし, m は 0 以上の整数とする.

問 4 n は 2 以上とする. T_n は, T_n の深さ 1 の節点を根とする 2 つの部分木 T_{n-k} と T_k からなる. ただし, k は $n-1$ 以下の自然数とする. このことを利用し, p_n を p_1, p_2, \dots, p_{n-1} を用いて表せ.

情報数学の問題は, このページで終りである.

(このページは白紙である)

アルゴリズムとデータ構造

I 次の文章を読み、以下の問いに答えよ。（配点 50 点）

二分法を用いて 5 の 3 乗根を求めるプログラムを作成することを考える。二分法は、数値関数 $f(x)$ についての方程式 $f(x) = 0$ の数値解を求めるアルゴリズムである。解が一つだけ存在し得る x の区間を初期値として与え、その区間内で $f(x)$ が単調減少または単調増加する場合に、区間を更新する以下の (i) から (iv) の処理を繰り返すことで数値解を求める。

- (i) ステップ n における x の区間を (a_n, b_n) として、区間の midpoint $x = (a_n + b_n)/2$ を求める。
- (ii) 区間の midpoint における $f(x)$ を計算する。
- (iii) 区間の midpoint における $f(x)$ の値の絶対値が十分に小さい場合、区間の midpoint $x = (a_n + b_n)/2$ を数値解として繰り返しを終了する。
- (iv) 区間の midpoint における $f(x)$ の値が十分に小さくない場合は、区間の midpoint における $f(x)$ の値に応じて、ステップ $n + 1$ における方程式 $f(x) = 0$ の解が存在し得る x の区間 (a_{n+1}, b_{n+1}) を求める。

5 の 3 乗根を求めるため、 $f(x) = x^3 - 5$ として $f(x) = 0$ の数値解を求める二分法プログラムを C 言語で作成する。プログラム 1 に、上述の (i) から (iv) の区間更新処理を再帰的に行う C 言語の関数 `calcNextRange` を示す。プログラム 1 では、区間を表す構造体 `Range` と、数値関数 $f(x)$ に対応する C 言語の関数 `f` も定義している。なお、終了判定で使用している関数 `fabs` は絶対値を求めるライブラリ関数である。

プログラム 1

```

#include <stdio.h>
#include <math.h>
#define EPSILON 1e-10

double f(double x)
{
    return x * x * x - 5;
}

typedef struct
{ /* a <= bとすること */
    double a; /* 区間下限 */
    double b; /* 区間上限 */
} Range;

void calcNextRange(Range *range)
{
    double mid_x; /* 中点の x座標 */
    double mid_fx; /* 中点の x座標における f(x) */
    mid_x = (1)
    mid_fx = (2)
    /* 終了判定 */
    if (fabs(mid_fx) < EPSILON) {
        range->a = mid_x;
        range->b = mid_x;
        (A)
        return;
    }
    (B)
    /* 区間の更新 */
    if (mid_fx (3) 0) {
        range->a = mid_x;
    }
    if (mid_fx (4) 0) {
        range->b = mid_x;
    }
    (C)
    return;
}

```

問1 プログラム1の空欄(1), (2)は, それぞれ区間更新処理(i), (ii)を行っている. 空欄(1), (2)に入るステートメントをそれぞれ答えよ.

問2 プログラム1の空欄(3), (4)が含まれるif文は, 区間更新処理(iv)に関する条件判定を行っている. 空欄(3), (4)に入る不等号(「<」または「>」)をそれぞれ答えよ.

問3 プログラム2に示す関数mainをプログラム1の下に追加し, 二分法で5の3乗根を求めるC言語プログラムを動作させるためには, 関数calcNextRangeから関数calcNextRangeを再帰的に呼び出す必要がある. 関数calcNextRangeの再帰的な呼び出しは空欄(A), (B), (C)のいずれで行えばよいか. 空欄の記号とともに, 空欄に入れるステートメントを答えよ.

プログラム2

```
int main(void)
{
    Range range;

    range.a = 0;
    range.b = 5;

    calcNextRange(&range);
    printf("x=%f\n", range.a);

    return 0;
}
```

問4 完成したプログラムを改変して, 以下の方程式の数値解を求めたい.

$$x - \frac{1}{x} = 1 \quad (x > 0) \quad (1)$$

このためには, プログラム1で示した関数fをどのように変更したらよいか. 変更後の関数fを答えよ.

アルゴリズムとデータ構造の問題は, このページで終りである.

データベース工学

I 以下の問いに答えよ。(配点 50 点)

問 1 大学の学生課では、学生が所属するサークルの情報をリレーショナルデータベースで管理している。テーブル名 ([主キーとした項目 1], 項目 2, ...) の形式で表記された以下のテーブルに情報が格納されている。

学生 ([学籍番号], 氏名), サークル ([サークル番号], サークル名, 予算額),
所属 ([学籍番号, サークル番号], 役職)

以下の (1) から (5) に示す問い合わせを実現する SQL 文を答えよ。例えば、学生全員の氏名を出力するには、SQL 文を「select 氏名 from 学生」と記述する。

- (1) 登録された全ての「サークル名」
- (2) 役職が「部長」である学生の学籍番号と氏名
- (3) 所属するサークル名が「テニス部」である学生の学籍番号と氏名
- (4) 二つ以上のサークルに所属する学生の人数
- (5) 誰も所属していないのに予算が与えられているサークルの「サークル名」

問 2 専有ロックと共有ロックの定義を示せ。次に、以下の文の真偽をその定義を用いて理由とともに答えよ。

「あるトランザクションが専有ロックを確保しているデータに対して、別のトランザクションが共有ロックを得ることは可能である」

問 3 古典的なトランザクション処理におけるロールバックについて説明せよ。次に、以下の文の真偽をその説明を用いて理由とともに答えよ。

「ロールバック処理により回復されるのは ACID 特性のうち独立性 (Isolation) である」

データベース工学の問題は、このページで終了である。