令和5年度　大学院博士(前期)課程入学者選抜学力試験
A日程

情報アーキテクチャ・高度ICT領域

専　門　科　目
［90分］

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないでください.
2. 出題科目およびページは，下表のとおりです．問題ごとに配点が記されています.

出 題 科 目	ペ ー ジ	問題数	注　　意
基　礎　数　学	1 〜 2	2問	左の4科目のうちから3科目を選択し，解答してください.
情　報　数　学	3	1問	
アルゴリズムとデータ構造	5 〜 6	1問	
デ ー タ ベ ー ス 工 学	7	1問	

3. 解答冊子の表紙の所定欄に氏名と受験番号をはっきりと記入してください．さらに，選択した科目名の選択欄に○印を記入してください．○印のついた3科目のみ採点します.
4. 解答用紙は4科目分がそれぞれ綴じてあります．解答に用いなかった解答用紙も含め，すべての解答用紙1枚目の所定欄に受験番号をはっきりと記入してください.
5. 解答用紙には，科目名，問題番号（**I**，**II**など），問いの番号（**問1**など）が記入されているので，選択する科目の解答用紙を用いてください.
6. 計算／下書き用紙3枚が解答用紙と一緒にあります.
7. 試験中に問題冊子の印刷不明瞭，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気がついた場合は，静かに手を挙げて監督員に知らせてください.
8. 試験終了後，監督員の指示に従って，解答冊子の表紙と4科目分の解答用紙を袋に入れてください．4科目分の解答用紙が入っていない場合，入っていない科目の点数は0点となります.
9. 問題冊子と計算／下書き用紙は持ち帰ってください.

基 礎 数 学

I $\boldsymbol{R}^4$ の部分空間 V, W を以下のように定める．

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^4 \;\middle|\; \begin{array}{l} x + 2y + z + 3w = 0 \\ x + 3y + 2z = 0 \end{array} \right\}$$

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^4 \;\middle|\; \begin{array}{l} 2x + y - z - 4w = 0 \\ x + y - 3w = 0 \end{array} \right\}$$

このとき，$V, W, V+W$, および $V \cap W$ の基底をそれぞれ求めよ．（配点 25 点）

II　以下の問いに答えよ．（配点 25 点）

問 1　0 以上の整数 n に対し，数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \frac{(2n)!}{(n+1)!\,n!}$$

で定義する．ただし，$0! = 1$ とする．n が大きいとき，$n!$ の漸近評価はスターリングの公式によると，

$$n! \sim \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$$

であることが知られている．ただし，記号 $\sim$ は左辺と右辺の比が 1 に収束することを示し，上記のスターリングの公式は $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{n!\,e^n}{n^n\sqrt{2\pi n}} = 1$ を意味する．

この事実を用いて，極限

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^{\frac{3}{2}} a_n}{4^n}$$

を求めよ．

問 2　広義積分 $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{1}{x\sqrt{1-x}}\,dx$ を求めよ．

基礎数学の問題は，このページで終りである．

情 報 数 学

I n 個 $(n \geq 2)$ の要素からなる節点集合 $V_n = \{v_i \,|\, i$ は n 以下の自然数$\}$ と，有向辺の集合 $E_n \subset \{(v_i, v_j) \,|\, v_i, v_j \in V_n, i \fallingdotseq j\}$ による単純有向グラフを $G(V_n, E_n)$ とする．以下の問いに答えよ．（配点 50 点）

問 1　$n = 2$ のとき，単純有向グラフ $G(V_2, E_2)$ を全て示せ．さらに，各グラフの隣接行列を示せ．

問 2　単純有向グラフ $G(V_n, E_n)$ の有向辺の数 $|E_n|$ の最大値を n を用いて表せ．

問 3　$n = 4$ の単純有向グラフ $G(V_4, E_4)$ の辺の数が 6 であるとする．このとき，単純有向グラフ $G(V_4, E_4)$ は何通りあるか求めよ．

問 4　有向グラフ G が弱連結グラフであるとは，G の有向辺をすべて無向辺に置き換えた無向グラフ G' において，G' の任意の節点対の間に道があることをいう．

　節点数 n の単純有向グラフ $G(V_n, E_n)$ が弱連結グラフのとき，$|E_n|$ の最小値を n を用いて表せ．さらに，$G(V_n, E_n)$ が弱連結グラフでないとき，$|E_n|$ の最大値を n を用いて表せ．

情報数学の問題は，このページで終りである．

(このページは白紙である)

アルゴリズムとデータ構造

I 次の文章を読み，以下の問いに答えよ．（配点 50 点）

実数を要素とする長さ N の配列 $a[i]$ （$i = 1, \ldots, N$）に対し，部分和 SSA を，$SSA(l, r) = \sum_{t=l}^{r} a[t]$ と定義する．$1 \leq l \leq r \leq N$ の範囲のすべての l, r に対する $SSA(l, r)$ の最大値を求める問題を，最大部分配列問題と呼ぶ．

最大部分配列問題の素朴な解法は，全探索，すなわち，すべての l, r に対して $SSA(l, r)$ を実際に計算して求めることである．l を $1 \leq l \leq N$ の範囲でループさせ，さらに r を $l \leq r \leq N$ の範囲でループさせて，各 l, r に対して変数 s を 0 に初期化したのち，t を $l \leq t \leq r$ の範囲でループさせながら変数 s に $a[t]$ を加算していくと，t に関するループが終わった時点での変数 s の値が $SSA(l, r)$ となる．ループの全体ですべての l, r に対する $SSA(l, r)$ の値を求めることができるので，あとはこの最大値を求めればよい．この解法の計算量は $O(N^3)$ である．

累積和を用いると，より少ない計算量で最大部分配列問題を解くことができる．累積和 csum を，$\mathrm{csum}(x) = \sum_{t=1}^{x} a[t]$ と定義する（ただし $\mathrm{csum}(0) = 0$ とする）．このとき $SSA(l, r)$ は 2 つの $\mathrm{csum}(x)$ の値の差として求めることができる．具体的に式で書くと，$SSA(l, r) = \boxed{\text{ア}}$ となる．ここで，$x \geq 1$ について $\mathrm{csum}(x) = \mathrm{csum}(x-1) + a[x]$ であるから，$x = 1, 2, 3, \ldots, N$ の順に計算を進めた場合，$0 \leq x \leq N$ のすべての x に対して $\mathrm{csum}(x)$ を求めるための計算量は $O(N)$ となる．したがって，前述の全探索アルゴリズムにおいて，$SSA(l, r)$ を求める部分を，ループの中で変数 s に $a[t]$ を逐次加算する方法から累積和を使う方法に変更することによって，全体の計算量は $\boxed{\text{イ}}$ まで下がる．

さらに計算量の少ない解法として，Kadane の解法がある．この解法では，終端の位置が x であるような部分和 $SSA(l, x)$（ただし $1 \leq l \leq x$）のうち最大のものを $S(x)$ と定義する．$x \geq 2$ のとき，$S(x)$ は $S(x-1)$ を用いて，$S(x) = \max(S(x-1) + a[x], a[x])$ として求めることができる．なお $\max(a, b)$ は a, b のうち小さくない方を返す関数である．$S(1)$ は明らかに $\boxed{\text{ウ}}$ である．さらに，$x = 2, 3, \ldots, N$ の順に計算を進めた場合，$1 \leq x \leq N$ のすべての x に対して $S(x)$ を求めるための計算量は $\boxed{\text{エ}}$ となる．あとはこの最大値を求めればよいので，Kadane の解法の計算量は $\boxed{\text{エ}}$ である．

問 1　文章中の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{エ}}$ に入る適切な値または式を答えよ.

問 2　$N = 10$ とし，配列 $a[i] = \{5, -2, 0, -5, 21, -7, 8, 9, 5, -4\}$ とする．このとき，$0 \le x \le 10$ のすべての x に対する累積和 $\mathrm{csum}(x)$ の値を求めよ．また，これを用いて $SSA(2, 9)$ を求めよ.

問 3　$N = 10$ とし，配列 $a[i] = \{5, -2, 0, -5, 21, -7, 8, 9, 5, -4\}$ とする．Kadane の解法にもとづいて最大部分配列問題を解く過程を，$1 \le x \le 10$ のすべての x に対する $S(x)$ の値とともに示せ.

問 4　本文中に記載されている Kadane の解法は $SSA(l, r)$ の最大値を求める問題に対する解法であったが，これを応用して次の (1),(2) の問題を解くこともできる．それぞれについて，Kadane の解法をどのように応用すればよいか，簡潔に述べよ.

（1）　$SSA(l, r)$ の最小値を求める問題

（2）　$SSA(l, r)$ の絶対値の最大値を求める問題

アルゴリズムとデータ構造の問題は，このページで終りである．

データベース工学

I 北海道の南部に展開するベーカリーチェーンで利用されているデータベースについて考える．そこでは **テーブル名 ([主キーとした項目 1], 項目 2,...)** の形式で表記された以下のテーブルが定義されている．

店舗 ([店舗番号], パン番号, 在庫量, 店舗所在地)
工場 ([工場番号], パン番号, 生産量, 工場所在地)
パン ([パン番号], 品名, 単価)

以下の問いに答えよ．（配点 50 点）

問 1 以下の (1) から (3) の問い合わせを実現する SQL 文をそれぞれ答えよ．例えば，すべてのパンの品名を出力する SQL 文は「select 品名 from パン;」である．

（1） 単価が 300 以上であるパンの品名とその単価

（2） 店舗所在地が' 函館市本町' である店舗で在庫量が 0 より大きいすべてのパンの品名

（3） 品名が' クロワッサン' のパンの生産量が 20 以上の工場の工場番号と工場所在地

問 2 店舗のテーブル定義はさらなる正規化が可能である．店舗のテーブルを正規化して分割したものを示せ．

問 3 SQL における UNIQUE 制約について説明せよ．なお，複数の列に対して設定された UNIQUE 制約がどのような意味をもつかも説明に含めること．

データベース工学の問題は，このページで終りである．

令和5年度　大学院博士(前期)課程入学者選抜学力試験
A日程

メディアデザイン領域

専 門 科 目
［90分］

注 意 事 項

1.　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないでください．
2.　出題科目およびページは，下表のとおりです．問題ごとに配点が記されています．

出 題 科 目	ペ ー ジ	問題数	注　　意
情 報 デ ザ イ ン	1	1問	左の4科目のうちから3科目を選択し，解答してください．
ヒューマンインタフェース	2	1問	
認 知 心 理 学	3	1問	
アルゴリズムとデータ構造	5 〜 6	1問	

3.　解答冊子の表紙の所定欄に氏名と受験番号をはっきりと記入してください．さらに，選択した科目名の選択欄に○印を記入してください．○印のついた3科目のみ採点します．
4.　解答用紙は4科目分がそれぞれ綴じてあります．解答に用いなかった解答用紙も含め，すべての解答用紙1枚目の所定欄に受験番号をはっきりと記入してください．
5.　解答用紙には，科目名，問題番号（**I**，**II**など），問いの番号（**問1**など）が記入されているので，選択する科目の解答用紙を用いてください．
6.　計算／下書き用紙4枚が解答用紙と一緒にあります．
7.　試験中に問題冊子の印刷不明瞭，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気がついた場合は，静かに手を挙げて監督員に知らせてください．
8.　試験終了後，監督員の指示に従って，解答冊子の表紙と4科目分の解答用紙を袋に入れてください．4科目分の解答用紙が入っていない場合，入っていない科目の点数は0点となります．
9.　問題冊子と計算／下書き用紙は持ち帰ってください．

情報デザイン

I　ノースカロライナ州立大学ユニバーサルデザインセンターは，ユニバーサルデザインとは「あえて順応したり特別に設計したりせずとも，可能な限りすべての人々が使用できるような製品や環境のデザイン」であると定義した上で，ユニバーサルデザインにおける以下の７つの原則を示している．

1. 多様な人々が公平に使えること
2. 個々の好みや能力に応じて柔軟に使えること
3. 単純で直感的に使えること
4. 必要な情報がわかりやすく提示されていること
5. エラーを最小限に抑えるように設計されていること
6. 身体的な負担が少ないこと
7. 適切なサイズと空間が提供されていること

以上の考え方を前提にして，以下の問いに答えよ．なお，７つの原則に言及する際は各原則に付与された番号を用いてよい．また図解に際しては，適宜文章で説明を補ってよい．（配点 50 点）

問１　身の回りに存在する製品や環境のデザインのなかから，上記のユニバーサルデザインの原則を踏まえて,「よいデザイン」であると考えられる事例を一つ挙げ，その理由を図解せよ．その際，上記のユニバーサルデザインの原則から少なくとも２点を取り上げて言及すること．

問２　身の回りに存在する製品や環境のデザインのなかから，上記のユニバーサルデザインの原則を踏まえて,「よくないデザイン」であると考えられる事例を一つ挙げ，その理由を図解せよ．その際，上記のユニバーサルデザインの原則から少なくとも１点を取り上げて言及すること．

問３　問２で挙げた「よくないデザイン」をどのように改善すれば「よいデザイン」になるかを考え，図解せよ．

情報デザインの問題は，このページで終りである．

ヒューマンインタフェース

I　D. A. ノーマンが『誰のためのデザイン？ 認知科学者のデザイン原論』のなかで述べた「アフォーダンス」と「制約」について，それぞれ具体例を挙げながら，詳細かつわかりやすく説明せよ．なお，解答には図や絵を含めてもよい．（配点 50 点）

参考文献：

D. A. ノーマン (2015). 増補・改訂版 誰のためのデザイン？ 認知科学者のデザイン原論 新曜社

ヒューマンインタフェースの問題は，このページで終りである．

認知心理学

I ヒトの長期記憶は，宣言的記憶（顕在記憶）と非宣言的記憶（潜在記憶）に分かれ，宣言的記憶は，さらに意味記憶とエピソード記憶に分かれるとされている．ヒトの長期記憶について，以下の問いに答えよ．（配点 50 点）

問 1　意味記憶，エピソード記憶，非宣言的記憶とはどのような記憶かそれぞれ説明せよ．

問 2　以下の (1) から (5) は，それぞれ意味記憶，エピソード記憶，非宣言的記憶のいずれに分類されるか答えよ．

(1)　「自転車に乗る」という技能

(2)　「壇ノ浦の戦いが行われたのは西暦 1185 年である」という知識

(3)　「昨日の夕食にコロッケを食べた」という記憶

(4)　「三平方の定理」の数学的知識

(5)　古典的条件づけ

問 3　非宣言的記憶の実験課題としてよく用いられる単語完成課題とはどのようなものか説明せよ．また，単語完成課題を用いた典型的な非宣言的記憶の実験手続きを述べよ．

認知心理学の問題は，このページで終りである．

(このページは白紙である)

アルゴリズムとデータ構造

I 次の文章を読み，以下の問いに答えよ．（配点 50 点）

実数を要素とする長さ N の配列 $a[i]$ （$i = 1, \ldots, N$）に対し，部分和 SSA を，$SSA(l,r) = \sum_{t=l}^{r} a[t]$ と定義する．$1 \leq l \leq r \leq N$ の範囲のすべての l, r に対する $SSA(l,r)$ の最大値を求める問題を，最大部分配列問題と呼ぶ．

最大部分配列問題の素朴な解法は，全探索，すなわち，すべての l, r に対して $SSA(l,r)$ を実際に計算して求めることである．l を $1 \leq l \leq N$ の範囲でループさせ，さらに r を $l \leq r \leq N$ の範囲でループさせて，各 l, r に対して変数 s を 0 に初期化したのち，t を $l \leq t \leq r$ の範囲でループさせながら変数 s に $a[t]$ を加算していくと，t に関するループが終わった時点での変数 s の値が $SSA(l,r)$ となる．ループの全体ですべての l, r に対する $SSA(l,r)$ の値を求めることができるので，あとはこの最大値を求めればよい．この解法の計算量は $O(N^3)$ である．

累積和を用いると，より少ない計算量で最大部分配列問題を解くことができる．累積和 csum を，$\mathrm{csum}(x) = \sum_{t=1}^{x} a[t]$ と定義する（ただし $\mathrm{csum}(0) = 0$ とする）．このとき $SSA(l,r)$ は2つの $\mathrm{csum}(x)$ の値の差として求めることができる．具体的に式で書くと，$SSA(l,r) = \boxed{\quad ア \quad}$ となる．ここで，$x \geq 1$ について $\mathrm{csum}(x) = \mathrm{csum}(x-1) + a[x]$ であるから，$x = 1, 2, 3, \ldots, N$ の順に計算を進めた場合，$0 \leq x \leq N$ のすべての x に対して $\mathrm{csum}(x)$ を求めるための計算量は $O(N)$ となる．したがって，前述の全探索アルゴリズムにおいて，$SSA(l,r)$ を求める部分を，ループの中で変数 s に $a[t]$ を逐次加算する方法から累積和を使う方法に変更することによって，全体の計算量は $\boxed{\quad イ \quad}$ まで下がる．

さらに計算量の少ない解法として，Kadane の解法がある．この解法では，終端の位置が x であるような部分和 $SSA(l,x)$（ただし $1 \leq l \leq x$）のうち最大のものを $S(x)$ と定義する．$x \geq 2$ のとき，$S(x)$ は $S(x-1)$ を用いて，$S(x) = \max(S(x-1) + a[x],\, a[x])$ として求めることができる．なお $\max(a,b)$ は a, b のうち小さくない方を返す関数である．$S(1)$ は明らかに $\boxed{\quad ウ \quad}$ である．さらに，$x = 2, 3, \ldots, N$ の順に計算を進めた場合，$1 \leq x \leq N$ のすべての x に対して $S(x)$ を求めるための計算量は $\boxed{\quad エ \quad}$ となる．あとはこの最大値を求めればよいので，Kadane の解法の計算量は $\boxed{\quad エ \quad}$ である．

問1　文章中の空欄 $\boxed{\quad ア \quad}$ から $\boxed{\quad エ \quad}$ に入る適切な値または式を答えよ．

問2　$N = 10$ とし，配列 $a[i] = \{5, -2, 0, -5, 21, -7, 8, 9, 5, -4\}$ とする．このとき，$0 \leq x \leq 10$ のすべての x に対する累積和 $\mathrm{csum}(x)$ の値を求めよ．また，これを用いて $SSA(2, 9)$ を求めよ．

問3　$N = 10$ とし，配列 $a[i] = \{5, -2, 0, -5, 21, -7, 8, 9, 5, -4\}$ とする．Kadane の解法にもとづいて最大部分配列問題を解く過程を，$1 \leq x \leq 10$ のすべての x に対する $S(x)$ の値とともに示せ．

問4　本文中に記載されている Kadane の解法は $SSA(l, r)$ の最大値を求める問題に対する解法であったが，これを応用して次の (1),(2) の問題を解くこともできる．それぞれについて，Kadane の解法をどのように応用すればよいか，簡潔に述べよ．

（1）　$SSA(l, r)$ の最小値を求める問題

（2）　$SSA(l, r)$ の絶対値の最大値を求める問題

アルゴリズムとデータ構造の問題は，このページで終りである．

令和５年度　大学院博士(前期)課程入学者選抜学力試験

A日程

複雑系情報科学領域

専 門 科 目

[90分]

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないでください.
2. 出題科目およびページは，下表のとおりです．問題ごとに配点が記されています.

出 題 科 目	ペ ー ジ	問題数	注　　意
基　礎　数　学	1 ～ 2	2問	左の４科目のうちから３科目を選択し，解答してください.
情　報　数　学	3	1問	
応　用　数　学	4	1問	
アルゴリズムとデータ構造	5 ～ 6	1問	

3. 解答冊子の表紙の所定欄に氏名と受験番号をはっきりと記入してください．さらに，選択した科目名の選択欄に○印を記入してください．○印のついた３科目のみ採点します.
4. 解答用紙は４科目分がそれぞれ綴じてあります．解答に用いなかった解答用紙も含め，すべての解答用紙１枚目の所定欄に受験番号をはっきりと記入してください.
5. 解答用紙には，科目名，問題番号（**I**，**II** など），問いの番号（**問 1** など）が記入されているので，選択する科目の解答用紙を用いてください.
6. 計算／下書き用紙３枚が解答用紙と一緒にあります.
7. 試験中に問題冊子の印刷不明瞭，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気がついた場合は，静かに手を挙げて監督員に知らせてください.
8. 試験終了後，監督員の指示に従って，解答冊子の表紙と４科目分の解答用紙を袋に入れてください．４科目分の解答用紙が入っていない場合，入っていない科目の点数は０点となります.
9. 問題冊子と計算／下書き用紙は持ち帰ってください.

基 礎 数 学

I $\boldsymbol{R}^4$ の部分空間 V, W を以下のように定める．

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^4 \;\middle|\; \begin{array}{l} x + 2y + z + 3w = 0 \\ x + 3y + 2z = 0 \end{array} \right\}$$

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^4 \;\middle|\; \begin{array}{l} 2x + y - z - 4w = 0 \\ x + y - 3w = 0 \end{array} \right\}$$

このとき，$V, W, V + W$, および $V \cap W$ の基底をそれぞれ求めよ．（配点 25 点）

II　以下の問いに答えよ．（配点 25 点）

問 1　0 以上の整数 n に対し，数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \frac{(2n)!}{(n+1)!\,n!}$$

で定義する．ただし，$0! = 1$ とする．n が大きいとき，$n!$ の漸近評価はスターリングの公式によると，

$$n! \sim \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$$

であることが知られている．ただし，記号 $\sim$ は左辺と右辺の比が 1 に収束することを示し，上記のスターリングの公式は $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{n!\,e^n}{n^n\sqrt{2\pi n}} = 1$ を意味する．

この事実を用いて，極限

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^{\frac{3}{2}} a_n}{4^n}$$

を求めよ．

問 2　広義積分 $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{1}{x\sqrt{1-x}}\,dx$ を求めよ．

基礎数学の問題は，このページで終りである．

情 報 数 学

I　n 個 $(n \geq 2)$ の要素からなる節点集合 $V_n = \{v_i \,|\, i$ は n 以下の自然数$\}$ と，有向辺の集合 $E_n \subset \{(v_i, v_j) \,|\, v_i, v_j \in V_n, i \fallingdotseq j\}$ による単純有向グラフを $G(V_n, E_n)$ とする．以下の問いに答えよ．（配点 50 点）

問 1　$n = 2$ のとき，単純有向グラフ $G(V_2, E_2)$ を全て示せ．さらに，各グラフの隣接行列を示せ.

問 2　単純有向グラフ $G(V_n, E_n)$ の有向辺の数 $|E_n|$ の最大値を n を用いて表せ.

問 3　$n = 4$ の単純有向グラフ $G(V_4, E_4)$ の辺の数が 6 であるとする．このとき，単純有向グラフ $G(V_4, E_4)$ は何通りあるか求めよ.

問 4　有向グラフ G が弱連結グラフであるとは，G の有向辺をすべて無向辺に置き換えた無向グラフ G' において，G' の任意の節点対の間に道があることをいう.

　節点数 n の単純有向グラフ $G(V_n, E_n)$ が弱連結グラフのとき，$|E_n|$ の最小値を n を用いて表せ．さらに，$G(V_n, E_n)$ が弱連結グラフでないとき，$|E_n|$ の最大値を n を用いて表せ.

情報数学の問題は，このページで終りである.

応 用 数 学

I n を自然数とし，確率変数 X の確率関数 $f(x)$ を

$$f(x) = A(n, x)p^x q^{n-x} \quad (x = 0, 1, \cdots, n)$$

とする．ただし，p, q はそれぞれ $p + q = 1$ を満たす正の実数，$A(n, x)$ は p, q によらない正の実数である．以下の問いに答えよ．（配点 50 点）

問 1　$A(n, x)$ を n と x を用いて表せ.

問 2　$A(n, x)$ が問 1 で求めた式である時，X の積率母関数 $M(t)$ が以下の式になることを示せ.

$$M(t) = \sum_{x=0}^{n} e^{tx} f(x) = (e^t p + q)^n$$

問 3　問 2 で求めた $M(t)$ を用いて，1 次の積率 $E[X]$ と 2 次の積率 $E[X^2]$ を n と p を用いて表せ．さらに，得られた積率を用いて分散 $V[X]$ を n と p を用いて表せ.

応用数学の問題は，このページで終りである．

アルゴリズムとデータ構造

I 次の文章を読み，以下の問いに答えよ．（配点 50 点）

実数を要素とする長さ N の配列 $a[i]$ （$i = 1, \ldots, N$）に対し，部分和 SSA を，$SSA(l, r) = \sum_{t=l}^{r} a[t]$ と定義する．$1 \leq l \leq r \leq N$ の範囲のすべての l, r に対する $SSA(l, r)$ の最大値を求める問題を，最大部分配列問題と呼ぶ．

最大部分配列問題の素朴な解法は，全探索，すなわち，すべての l, r に対して $SSA(l, r)$ を実際に計算して求めることである．l を $1 \leq l \leq N$ の範囲でループさせ，さらに r を $l \leq r \leq N$ の範囲でループさせて，各 l, r に対して変数 s を 0 に初期化したのち，t を $l \leq t \leq r$ の範囲でループさせながら変数 s に $a[t]$ を加算していくと，t に関するループが終わった時点での変数 s の値が $SSA(l, r)$ となる．ループの全体ですべての l, r に対する $SSA(l, r)$ の値を求めることができるので，あとはこの最大値を求めればよい．この解法の計算量は $O(N^3)$ である．

累積和を用いると，より少ない計算量で最大部分配列問題を解くことができる．累積和 csum を，$\mathrm{csum}(x) = \sum_{t=1}^{x} a[t]$ と定義する（ただし $\mathrm{csum}(0) = 0$ とする）．このとき $SSA(l, r)$ は 2 つの $\mathrm{csum}(x)$ の値の差として求めることができる．具体的に式で書くと，$SSA(l, r) = \boxed{\quad ア \quad}$ となる．ここで，$x \geq 1$ について $\mathrm{csum}(x) = \mathrm{csum}(x-1) + a[x]$ であるから，$x = 1, 2, 3, \ldots, N$ の順に計算を進めた場合，$0 \leq x \leq N$ のすべての x に対して $\mathrm{csum}(x)$ を求めるための計算量は $O(N)$ となる．したがって，前述の全探索アルゴリズムにおいて，$SSA(l, r)$ を求める部分を，ループの中で変数 s に $a[t]$ を逐次加算する方法から累積和を使う方法に変更することによって，全体の計算量は $\boxed{\quad イ \quad}$ まで下がる．

さらに計算量の少ない解法として，Kadane の解法がある．この解法では，終端の位置が x であるような部分和 $SSA(l, x)$（ただし $1 \leq l \leq x$）のうち最大のものを $S(x)$ と定義する．$x \geq 2$ のとき，$S(x)$ は $S(x-1)$ を用いて，$S(x) = \max(S(x-1) + a[x], a[x])$ として求めることができる．なお $\max(a, b)$ は a, b のうち小さくない方を返す関数である．$S(1)$ は明らかに $\boxed{\quad ウ \quad}$ である．さらに，$x = 2, 3, \ldots, N$ の順に計算を進めた場合，$1 \leq x \leq N$ のすべての x に対して $S(x)$ を求めるための計算量は $\boxed{\quad エ \quad}$ となる．あとはこの最大値を求めればよいので，Kadane の解法の計算量は $\boxed{\quad エ \quad}$ である．

問 1　文章中の空欄 $\boxed{\quad ア \quad}$ から $\boxed{\quad エ \quad}$ に入る適切な値または式を答えよ.

問 2　$N = 10$ とし，配列 $a[i] = \{5, -2, 0, -5, 21, -7, 8, 9, 5, -4\}$ とする．このとき，$0 \leq x \leq 10$ のすべての x に対する累積和 $\mathrm{csum}(x)$ の値を求めよ．また，これを用いて $SSA(2, 9)$ を求めよ.

問 3　$N = 10$ とし，配列 $a[i] = \{5, -2, 0, -5, 21, -7, 8, 9, 5, -4\}$ とする．Kadane の解法にもとづいて最大部分配列問題を解く過程を，$1 \leq x \leq 10$ のすべての x に対する $S(x)$ の値とともに示せ.

問 4　本文中に記載されている Kadane の解法は $SSA(l, r)$ の最大値を求める問題に対する解法であったが，これを応用して次の (1),(2) の問題を解くこともできる．それぞれについて，Kadane の解法をどのように応用すればよいか，簡潔に述べよ.

（1）　$SSA(l, r)$ の最小値を求める問題

（2）　$SSA(l, r)$ の絶対値の最大値を求める問題

アルゴリズムとデータ構造の問題は，このページで終りである．

令和５年度　大学院博士(前期)課程入学者選抜学力試験

Ａ日程

知能情報科学領域

専 門 科 目

［90分］

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないでください．
2. 出題科目およびページは，下表のとおりです．問題ごとに配点が記されています．

出 題 科 目	ペ ー ジ	問題数	注 意
基 礎 数 学	1 〜 2	2問	左の４科目のうちから３科目を選択し，解答してください．
情 報 数 学	3	1問	
人 工 知 能	5 〜 6	1問	
アルゴリズムとデータ構造	7 〜 8	1問	

3. 解答冊子の表紙の所定欄に氏名と受験番号をはっきりと記入してください．さらに，選択した科目名の選択欄に○印を記入してください．○印のついた３科目のみ採点します．
4. 解答用紙は４科目分がそれぞれ綴じてあります．解答に用いなかった解答用紙も含め，すべての解答用紙１枚目の所定欄に受験番号をはっきりと記入してください．
5. 解答用紙には，科目名，問題番号（**I**，**II** など），問いの番号（**問 1** など）が記入されているので，選択する科目の解答用紙を用いてください．
6. 計算／下書き用紙３枚が解答用紙と一緒にあります．
7. 試験中に問題冊子の印刷不明瞭，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気がついた場合は，静かに手を挙げて監督員に知らせてください．
8. 試験終了後，監督員の指示に従って，解答冊子の表紙と４科目分の解答用紙を袋に入れてください．４科目分の解答用紙が入っていない場合，入っていない科目の点数は０点となります．
9. 問題冊子と計算／下書き用紙は持ち帰ってください．

基 礎 数 学

I $\boldsymbol{R}^4$ の部分空間 V, W を以下のように定める.

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^4 \;\middle|\; \begin{array}{l} x + 2y + z + 3w = 0 \\ x + 3y + 2z = 0 \end{array} \right\}$$

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^4 \;\middle|\; \begin{array}{l} 2x + y - z - 4w = 0 \\ x + y - 3w = 0 \end{array} \right\}$$

このとき, $V, W, V+W$, および $V \cap W$ の基底をそれぞれ求めよ. （配点 25 点）

II　以下の問いに答えよ．（配点 25 点）

問 1　0 以上の整数 n に対し，数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \frac{(2n)!}{(n+1)!\,n!}$$

で定義する．ただし，$0! = 1$ とする．n が大きいとき，$n!$ の漸近評価はスターリングの公式によると，

$$n! \sim \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$$

であることが知られている．ただし，記号 $\sim$ は左辺と右辺の比が 1 に収束することを示し，上記のスターリングの公式は $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{n!\,e^n}{n^n\sqrt{2\pi n}} = 1$ を意味する．

この事実を用いて，極限

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^{\frac{3}{2}} a_n}{4^n}$$

を求めよ．

問 2　広義積分 $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{1}{x\sqrt{1-x}}\,dx$ を求めよ．

基礎数学の問題は，このページで終りである．

情 報 数 学

I　n 個 $(n \geq 2)$ の要素からなる節点集合 $V_n = \{v_i \,|\, i$ は n 以下の自然数$\}$ と，有向辺の集合 $E_n \subset \{(v_i, v_j) \,|\, v_i, v_j \in V_n, i \neq j\}$ による単純有向グラフを $G(V_n, E_n)$ とする．以下の問いに答えよ．（配点 50 点）

問 1　$n = 2$ のとき，単純有向グラフ $G(V_2, E_2)$ を全て示せ．さらに，各グラフの隣接行列を示せ．

問 2　単純有向グラフ $G(V_n, E_n)$ の有向辺の数 $|E_n|$ の最大値を n を用いて表せ．

問 3　$n = 4$ の単純有向グラフ $G(V_4, E_4)$ の辺の数が 6 であるとする．このとき，単純有向グラフ $G(V_4, E_4)$ は何通りあるか求めよ．

問 4　有向グラフ G が弱連結グラフであるとは，G の有向辺をすべて無向辺に置き換えた無向グラフ G' において，G' の任意の節点対の間に道があることをいう．

節点数 n の単純有向グラフ $G(V_n, E_n)$ が弱連結グラフのとき，$|E_n|$ の最小値を n を用いて表せ．さらに，$G(V_n, E_n)$ が弱連結グラフでないとき，$|E_n|$ の最大値を n を用いて表せ．

情報数学の問題は，このページで終りである．

(このページは白紙である)

人 工 知 能

I 次の文章を読み，以下の問いに答えよ．（配点 50 点）

図 1 のグラフにおいて，Σ を初期ノード，Γ を目標ノードとする．各ノードは xy 座標平面上に配置されている．A から I，Σ，Γ は各ノードの名前であり，各ノードの座標 (x, y) をノードの左上に記す．空欄 $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{ク}}$ は，各ノードのヒューリスティック関数 h の値が入る．ただし，h の値はそのノードから目標ノード Γ までのマンハッタン距離とする．例えば，ノード E の h の値は 4 となる．また，グラフ中のエッジに割り当てられた値は隣接ノード間の経路コストを表す．

問 1 図 1 中の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{ク}}$ に入る h の値を答えよ．

問 2 図 1 のグラフにおいて，初期ノード Σ から目標ノード Γ までの経路を (1) 最良優先探索アルゴリズム，(2) A*アルゴリズムで探索し，それぞれ (a) 探索を行うときのオープンリストの変化，(b) 得られた経路，(c) 経路コストの和を答えよ．オープンリストに含まれる探索中の各ノードは，ノード N に対してコスト関数の値が 5 ならば，N(5) のように「ノード名 (コスト関数の値)」と表記すること．また，Σ から Γ までの経路は，ノード名を矢印でつなぎ,「Σ→ノード→…→Γ」のように表記すること．

ただし，以下の条件にしたがって解答すること．

- コスト関数は，探索アルゴリズムに応じて Σ から Γ までの経路全体の推定コスト f またはヒューリスティック関数 h を用いる
- コスト関数の値が等しいノードがオープンリスト中に複数ある場合は，アルファベット順で検査し展開する
- 経路上に同じノードが 2 度以上出現することはない

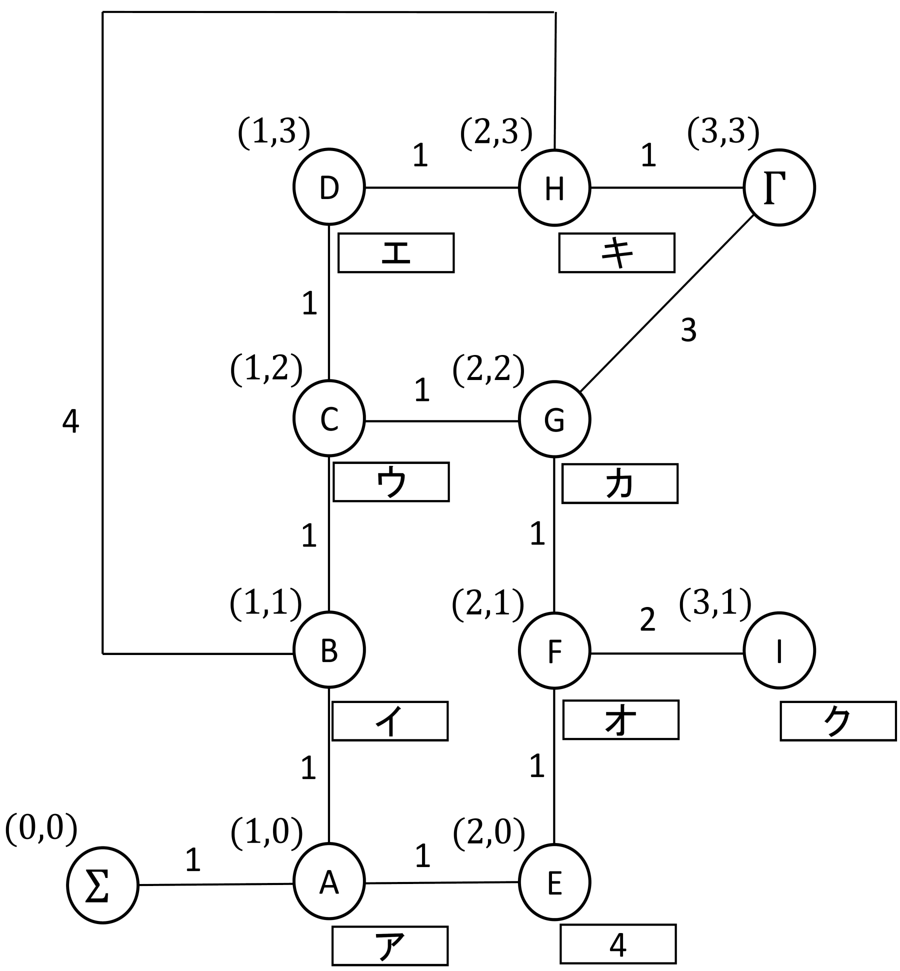

図 1

人工知能の問題は，このページで終りである．

アルゴリズムとデータ構造

I 次の文章を読み，以下の問いに答えよ．（配点 50 点）

実数を要素とする長さ N の配列 $a[i]$ （$i = 1, \ldots, N$）に対し，部分和 SSA を，$SSA(l, r) = \sum_{t=l}^{r} a[t]$ と定義する．$1 \le l \le r \le N$ の範囲のすべての l, r に対する $SSA(l, r)$ の最大値を求める問題を，最大部分配列問題と呼ぶ．

最大部分配列問題の素朴な解法は，全探索，すなわち，すべての l, r に対して $SSA(l, r)$ を実際に計算して求めることである．l を $1 \le l \le N$ の範囲でループさせ，さらに r を $l \le r \le N$ の範囲でループさせて，各 l, r に対して変数 s を 0 に初期化したのち，t を $l \le t \le r$ の範囲でループさせながら変数 s に $a[t]$ を加算していくと，t に関するループが終わった時点での変数 s の値が $SSA(l, r)$ となる．ループの全体ですべての l, r に対する $SSA(l, r)$ の値を求めることができるので，あとはこの最大値を求めればよい．この解法の計算量は $O(N^3)$ である．

累積和を用いると，より少ない計算量で最大部分配列問題を解くことができる．累積和 csum を，$\mathrm{csum}(x) = \sum_{t=1}^{x} a[t]$ と定義する（ただし $\mathrm{csum}(0) = 0$ とする）．このとき $SSA(l, r)$ は 2 つの $\mathrm{csum}(x)$ の値の差として求めることができる．具体的に式で書くと，$SSA(l, r) = \boxed{\quad ア \quad}$ となる．ここで，$x \ge 1$ について $\mathrm{csum}(x) = \mathrm{csum}(x-1) + a[x]$ であるから，$x = 1, 2, 3, \ldots, N$ の順に計算を進めた場合，$0 \le x \le N$ のすべての x に対して $\mathrm{csum}(x)$ を求めるための計算量は $O(N)$ となる．したがって，前述の全探索アルゴリズムにおいて，$SSA(l, r)$ を求める部分を，ループの中で変数 s に $a[t]$ を逐次加算する方法から累積和を使う方法に変更することによって，全体の計算量は $\boxed{\quad イ \quad}$ まで下がる．

さらに計算量の少ない解法として，Kadane の解法がある．この解法では，終端の位置が x であるような部分和 $SSA(l, x)$（ただし $1 \le l \le x$）のうち最大のものを $S(x)$ と定義する．$x \ge 2$ のとき，$S(x)$ は $S(x-1)$ を用いて，$S(x) = \max(S(x-1) + a[x], a[x])$ として求めることができる．なお $\max(a, b)$ は a, b のうち小さくない方を返す関数である．$S(1)$ は明らかに $\boxed{\quad ウ \quad}$ である．さらに，$x = 2, 3, \ldots, N$ の順に計算を進めた場合，$1 \le x \le N$ のすべての x に対して $S(x)$ を求めるための計算量は $\boxed{\quad エ \quad}$ となる．あとはこの最大値を求めればよいので，Kadane の解法の計算量は $\boxed{\quad エ \quad}$ である．

問 1　文章中の空欄 $\boxed{\quad ア \quad}$ から $\boxed{\quad エ \quad}$ に入る適切な値または式を答えよ．

問 2　$N = 10$ とし，配列 $a[i] = \{5, -2, 0, -5, 21, -7, 8, 9, 5, -4\}$ とする．このとき，$0 \leq x \leq 10$ のすべての x に対する累積和 $\mathrm{csum}(x)$ の値を求めよ．また，これを用いて $SSA(2, 9)$ を求めよ．

問 3　$N = 10$ とし，配列 $a[i] = \{5, -2, 0, -5, 21, -7, 8, 9, 5, -4\}$ とする．Kadane の解法にもとづいて最大部分配列問題を解く過程を，$1 \leq x \leq 10$ のすべての x に対する $S(x)$ の値とともに示せ．

問 4　本文中に記載されている Kadane の解法は $SSA(l, r)$ の最大値を求める問題に対する解法であったが，これを応用して次の (1),(2) の問題を解くこともできる．それぞれについて，Kadane の解法をどのように応用すればよいか，簡潔に述べよ．

（1）　$SSA(l, r)$ の最小値を求める問題

（2）　$SSA(l, r)$ の絶対値の最大値を求める問題

アルゴリズムとデータ構造の問題は，このページで終りである．