

# 数理モデリングプロジェクト

## Mathematical Modeling Project

1021094 山田真史 Masafumi Yamada

### 1. はじめに

#### 1.1 背景

公立はこだて未来大学では、毎年「未来祭」が開催されている。そこで、未来祭が抱える問題を調査した結果、未来祭で配布するパンフレットに過不足があるという問題があった。実際 2023 年度の未来祭では、1 日目に用意していたパンフレットの半分以上を配ってしまったため、2 日目に 1 グループに 1 冊配っていた。不足しないよう余分に用意した場合に、結果として多く作りすぎてしまって無駄になってしまうこともある。

したがって、本プロジェクトでは、解決すべき問題として「配布すべきパンフレット数の予測が困難である。」ということにした。

#### 1.2 問題に対する考察

1.1 で述べた問題を解決するためには、未来祭の参加者数を予測する事ができれば、問題解決に繋がると考えられる。

#### 1.3 目的

1.1 で述べた問題を解決するために、「未来祭の参加者数を予測し、未来祭実行委員会が利用できる予測ツールを作成する。」ということを目的とした。未来祭の参加者数を予測することで、配布すべきパンフレット数の予測できるようになると考えられる。また、誰でもイベント参加者数を予測できるような予測ツールを作成することによって、未来祭実行委

員会が予測することができるようになれば、1.1.1 で述べた問題を解決できると考えた。

### 2. 先行研究及び技術・知識の習得

本章では目的達成のために調べた先行研究および習得した技術・知識について述べる。

#### 2.1 Python による数値計算とシミュレーションについての輪

数理モデルは、複数の微分方程式を用いて時間とともに変化する現象を簡略化して表現する手法であり、具体的には数値計算法は数理モデルを構成する微分方程式の近似解を繰り返し計算によって得る手法である。そのために輪講形式で数値計算に関する学習を行った。

#### 2.2 輪講の内容

輪講では、数値計算の仕組みの理解と Python による数値計算のコーディングを行った。

まず、数値計算の基本であるオイラー法について学んだ。オイラー法は単純で理解しやすい反面、精度が低いという欠点もある。数値解析においては、オイラー法は基本的な手法として用いられることがあるが、厳密な解を求めるためには他の高度な数値積分法や数値解法も検討されることがある。

続いて、ルンゲ=クッタ法について学んだ。ルンゲ=クッタ法は、オイラー法に比べて精度と効率の面で優れており、さらに幅広い種類の微分方程式に対応できる。

ルンゲ=クッタ法の一般的な形式は、4 次のルンゲ=クッタ法である。これは以下のステップで数値解を計算する。

微分方程式と初期条件

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (2.1)$$

$$y(x_0) = y_0 \quad (2.2)$$

ステップ 1. 初期条件を使用して  $y_0 = y(x_0)$  を設定する。

ステップ 2.  $x_0$  から初め、ステップサイズ  $h$  だけ  $x$  を進める。

ステップ 3. 以下の 4 つの係数を求める。

$$k_1 = h \cdot f(x, y) \quad (2.3)$$

$$k_2 = h \cdot f\left(x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_1}{2}\right) \quad (2.4)$$

$$k_3 = h \cdot f\left(x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_2}{2}\right) \quad (2.5)$$

$$k_4 = h \cdot f(x + h, y + k_3) \quad (2.6)$$

ステップ 4. 新しい  $y$  の値を計算する。

$$y_1 = y + \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6} \quad (2.7)$$

ステップ 5. 新しい  $x$  の値を計算し  $x_0$  を更新する。

ステップ 6.  $x_1$  が目標の  $x$  の値に達していない場合のみ、ステップ 2 から繰り返す。そうでなければ計算を終了し、数値解が得られる。

## 2.3 輪講の成果

輪講を通じてオイラー法やルンゲ=クッタ法を学習した。それを活用して数学的モデルを構築し、Python プログラムを使用して現実の現象のシミュレーションに応用することができた。スキルの習得により、プロジェクトメンバーはさまざまな現象に対する洞察を深め、問題の解決に貢献できるようになった。

## 2.4 SIR モデルについての輪講

SIR モデルとは、感染症が流行したときに、どのように感染者が広がっていくのかを表したモデルである。

次に SIR モデルがどのような微分方程式を用いた数理モデルなのかを述べる。ある集団を S: 未感染者, I: 感染者, R: 隔離者の 3 つの状態に分けたときに、各状態の人口の増減が時間変化とともにわか

数理モデルである。まず、それぞれ時刻  $t$  における S, I, R の人数を  $S=S(t)$ ,  $I=I(t)$ ,  $R=R(t)$  とすると、S, I, R は以下のような微分方程式で表せる。

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta SI \\ \frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I \end{cases} \quad (2.8)$$

$\beta$  : 感染率

$\gamma$  : 回復率

これらの 3 つの式によって、各状態の人口の増減が表されるモデルが SIR モデルである。

## 3. イベント参加者数の予測方法

本プロジェクトの目的は「未来祭の参加者数を予測し、未来祭実行委員会が利用できる予測ツールを作成する。」である。目的を果たすためにはまず参加者を予測する手段を得る必要がある。本章では参加者を予測する手段について述べる。

### 3.1 SIR モデル

本プロジェクトでは、イベントの参加者数はイベントについての情報を知っている人数に関係すると考えた。そこで感染症の拡がり方を予測することができる SIR モデルに注目し、情報の拡散の様子についても予測することができると思った。また、輪講で SIR モデルについて学んでいたため、プロジェクトのメンバー全員がどのようなモデルを扱っているのか分かりやすいという点から SIR モデルを選んだ。

### 3.2 SIR モデル改良

SIR モデルの改良をするにあたり、大きく 3 つのステップに分けて改良を行った。

ステップ 1. 対象の集団をグループに分ける。

ステップ 2. 各グループ間の相互作用を考える

ステップ 3. 相互関係を数式化する

以下が 3 つのステップにより完成したモデルである [1].

$$\frac{dS}{dt} = -C_{S \rightarrow (I,R)} \times \frac{I}{N} \times [I] \times [S]$$

$$\frac{dI}{dt} = P_{(I,R) \rightarrow I} \times C_{S \rightarrow (I,R)} \times \frac{I}{N} \cdot [I] \cdot [S] + C_{R \rightarrow I} \times \frac{R}{N} \times [R] \times [I] - C_{I \rightarrow R} \times [I]$$

$$\frac{dR}{dt} = (1 - P_{(I,R) \rightarrow I}) \times C_{S \rightarrow (I,R)} \times \frac{I}{N} \cdot [I] \cdot [S] + C_{R \rightarrow I} \times \frac{R}{N} \times [R] \times [I] - C_{I \rightarrow R} \times [I]$$

### 式 1 情報拡散の数理モデル

C:割合じゃないパラメータ

P:確率

### 3.3 パラメータの設定

前節では未来祭の情報を知っている人の人数や、情報を拡散する人の人数を予測する数理モデルについて述べた。前節で述べた数理モデルのパラメータを決定するために、今年度の未来祭と X に関するアンケートを実施した。

本アンケートは未来祭に参加した人と参加しなかった人をそれぞれ対象とし実施した。アンケート結果から以下のパラメータを設定することが出来た。

### 3.4 参加率

前節で述べたアンケート結果から 3.2 で述べたモデルの各状態 S,I,R から未来祭に参加する割合について算出することが出来た。以下が各状態の参加率である。

S の参加率 = 0.34232...

I の参加率 = 0.98619...

R の参加率 = 0.77285...

X 未来祭モデルのシミュレーションからの参加者数の算結果が実際のデータに近づくように各参加率を調整した。その結果、各参加率は以下のように決定した。

S' の参加率 → 0.34

I' の参加率 → 1.0

R' の参加率 → 0.8

これらを用いた参加者数の計算式は以下の通りである。

$$\text{参加者数} = S' \times (S' \text{ の参加率}) + I' \times (I' \text{ の参加率}) + R' \times (R' \text{ の参加率})$$

## 4. Web サイトの作成

### 4.1 Web サイト作成の目的

本サイトは本プロジェクトの目的である、「未来祭の参加者数を予測し、未来祭実行委員会が利用でき

るようにする。」を達成するために、本サイトの目的を「利用者にデータを入力してもらうことによって、未来祭の参加者数の予測を出力する。」ことに決定した。

### 4.2 Web サイト機能

「X における未来祭参加者予測ツール」という Web サイトを作成した。

本 Web サイトは利用者に参加者数の予測を行ってもらい、イベント運営の手助けになる事を目的として以下の機能を実装した。

- 入力された値を元に参加者数の予測を行う機能
- 入力された参加者数の希望値と予測値から希望する人数が来る確率を求める機能
- 参加者数の推移をグラフとして出力する機能

#### 4.2.1 入力する値

4.1 で述べた利用者に入力してもらうデータについて説明する。

- イベントまでの日数
- イベント開催期間
- 参加者数の希望値  
(イベントに来てほしい人数)
- 対象者の総人数  
(イベントに参加する可能性がある X アカウント保有者数)
- X の平均フォロワー  
(対象者の X の平均フォロワー数)
- 初めにポストする人数  
(初めて開催日時が分かる情報を含んだポストを行う人数)

本 Web サイトでは以上のデータを入力することで対象のイベントの参加者数を予測することが出来る。

#### 4.2.2 参加者数の推移のグラフ化

本 Web サイトの機能である参加者数の推移のグラフ化について述べる。

本 Web サイトでは、1 日毎の各集合の移り変わり及び参加者数の推移を出力する機能を実装した。入力された値を元に、どのような情報の拡散が行われているかわかりやすく伝えるため、出力にはグラフを用いた。以下の図 1 が参加者予測の出力結果である。



図1 出力結果

この図では棒グラフが参加者数の推移を表しており、折れ線グラフでは各集合の推移を表している。棒グラフについては緑色の部分がイベント開催期間前時点での予測参加者数、水色のグラフがイベント開催期間内での予測参加者数を表している。折れ線グラフでは青色のグラフが対象者のうち X 経由で情報を知らない人数、赤色のグラフが対象者のうち情報を知っており拡散を行う人数、黄色のグラフが対象者のうち情報を知っているが拡散しない人数を表している。

## 5. まとめ

### 5.1 プロジェクトの総括

本プロジェクトは「未来祭の参加者数を予測し、未来祭実行委員会が利用できる予測ツールを作成する。」を目的に活動してきた。目的を果たすために本プロジェクトでは X における情報拡散のモデルの作成と、作成したモデルから参加者数を予測する Web サイトの作成を行った。Web サイトの評価実験を行った結果半数以上の人が実際に使ってみたくてと回答してもらうことが出来た。このことから本 Web サイトは、本プロジェクトの目的である「未来祭の参加者数を予測し、未来祭実行委員会が利用できる予測ツールを作成する。」を果たすことが出来ると考える。時期の関係上、実際の未来祭運営の場面で利用してもらうことはできなかったが、参加者数を予測する Web サイトの作成は達成できた。

### 5.2 今後の展望

本プロジェクトでは、「未来祭の参加者数を予測

し、未来祭実行委員会が利用できる予測ツールを作成する。」ことを目的に、未来祭の参加者数を予測する Web サイトを作成した。しかし、成果物の評価実験や成果発表会の評価アンケートよりいくつかの課題が露呈した。成果発表会の際、数理モデルについての説明が不足している点である。本プロジェクトでは成果発表会の際、数理モデルの作成手順や変数の意味、パラメータの導出方法などを詳細に説明した。しかし、成果発表会の評価アンケートでは「変数や式が難しいのでより簡単かつ分かりやすい説明が欲しい」といった意見をいただいた。この問題解決のために今一度、数学に詳しくない方にも内容を伝えられるような表現やデザインを模索していく必要がある。今後行われる秋葉原での成果発表会までに上述した問題を解決し、来ていただいた方に理解していただけるよう努めたい。

## 参考文献

- [1] 小高知宏, 2018, Python による数値計算とシミュレーション, オーム社
- [2] 岡田佳之・榊剛史・鳥海不二夫・篠田孝祐・風間一洋・野田五十樹・沼尾正行・栗原 聡. 2013. 拡張 SIR モデルによる Twitter でのデマ拡散過程の解析. [https://www.jstage.jst.go.jp/article/pjsai/JSAI2013/0/JSAI2013\\_3I4OS14b1i/\\_pdf](https://www.jstage.jst.go.jp/article/pjsai/JSAI2013/0/JSAI2013_3I4OS14b1i/_pdf)
- [3] たにぐちまこと. よくわかる PHP の教科書: PHP7 対応版. マイナビ出版. 2018