2025年度 編入学者選抜学力検査

数　　学

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子と解答冊子を開かないでください.
2. 問題は全部で2問あります（1ページ）.
3. 解答冊子の表紙の所定欄に，氏名と受験番号をはっきりと記入してください.
4. 計算用紙は解答冊子の中にとじてあります.
5. 試験中に問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および汚れ等に気がついた場合は，静かに手を挙げて監督員に知らせてください.
6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください.
7. 試験時間は60分です.
8. 問題ごとに配点が記されています.

I　3 次正方行列 A と実数ベクトル $\boldsymbol{r}$ ($\boldsymbol{r} \neq \boldsymbol{0}$) を

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

とし，関数 $f(\boldsymbol{r}) = \dfrac{{}^t\boldsymbol{r}A\boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}|^2}$ と定める．ただし，${}^t\boldsymbol{r}$ は $\boldsymbol{r}$ の転置を表す．以下の問いに答えよ．（配点 50 点）

問 1　行列 A の固有値および固有ベクトルをすべて求めよ．

問 2　問 1 で求めたすべての固有ベクトルを用いて，${}^tPP = I$ (I は単位行列) を満たす行列 P を求めよ．さらに，P を用いて $\boldsymbol{r}$ を

$$\boldsymbol{r} = P\boldsymbol{R}, \ \boldsymbol{R} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

と変換する．このときの $f(\boldsymbol{r})$ を $X, Y,$ および Z を用いて表せ．

問 3　$f(\boldsymbol{r})$ の最大値および最小値をそれぞれ求めよ．さらに，このときの $\boldsymbol{r}$ をすべて求めよ．

II　以下の問いに答えよ．（配点 50 点）

問 1　$\displaystyle\lim_{x \to 0, x > 0} x^{\sin x}$ を求めよ．ただし，$\displaystyle\lim_{x \to 0, x > 0}$ は右側極限値を表す．

問 2　$f(x) = \arcsin \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ とする．以下の等式を満たす 4 つの定数 a_0, a_1, a_2, a_3 をすべて求めよ．

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + o(x^3) \ (x \to 0)$$

ただし，記号 o はランダウのスモールオーである．

問 3　$t = \tan \dfrac{x}{2}$ と変数変換し，$\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{3}{5 - 4\cos x} dx$ を求めよ．

問題は，このページで終りである．

2025年度 編入学者選抜学力検査

情　　報

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子と解答冊子を開かないでください.
2. 問題は全部で2問あります（1ページから4ページ）.
3. 解答冊子の表紙の所定欄に, 氏名と受験番号をはっきりと記入してください.
4. 計算用紙/下書き用紙は解答冊子の中にとじてあります.
5. 試験中に問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および汚れ等に気がついた場合は，静かに手を挙げて監督員に知らせてください.
6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください.
7. 試験時間は60分です.
8. 問題ごとに配点が記されています.

I n 次の多項式 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x^1 + a_0$ の値を計算する C 言語のプログラムについて，以下の問いに答えよ．ただし n は $n > 0$ の整数とする．（配点 50 点）

問 1 多項式 $f(x)$ の次数 n が変数 `n` として，係数 $a_0, a_1, \cdots, a_n$ が配列 `A[0]`，`A[1]`，...，`A[n]` として与えられるとき，$f(x)$ を計算する関数 `f1` を次のように定義した．

```
 1: double f1(int n, double A[], double x) {
 2:   double sum = A[0];
 3:   for (int i = 1; i <= n; i++) {
 4:     // x の i 乗の項を求めて和に加算する
 5:     double xi = 1;
 6:     for (int j = 0; j < i; j++) {
 7:       xi *= x;
 8:     }
 9:     sum += A[i] * xi;
10:   }
11:   return sum;
12: }
```

(1) `n=3`，`A[0]=1`，`A[1]=3`，`A[2]=2`，`A[3]=1`，`x=2` として関数 `f1` を呼び出すとき，9 行目は何回実行されるかを答えよ．また，9 行目が実行されるごとに変数 `sum` の値がどのように変化していくかを示せ．

(2) (1) の関数呼び出しにおいて，7 行目の乗算は何回実行されるかを答えよ．

(3) 関数 `f1` が全体で何回の乗算を実行するかを，n を用いた式で表せ．

問 2　n 次の多項式 $f(x)$ の計算に必要な乗算回数を削減するために，i の値が 1 増えるごとに xi の値を x 倍とするようにした関数 f2 を次のように定義した．

```
double f2(int n, double A[], double x) {
  double sum = A[0];
  double xi = 1;
  for (int i = 1; i <= n; i++) {
    // x の i 乗の項を求めて和に加算する
    xi *= x;
    sum += A[i] * xi;
  }
  return sum;
}
```

関数 f2 が全体で何回の乗算を実行するかを，n を用いた式で表せ．

問 3　n 次の多項式 $f(x)$ は，$f(x) = (\cdots((a_n x + a_{n-1})x + a_{n-2})x + \cdots + a_1)x + a_0$ と書き表すことができる．この計算式にしたがって $f(x)$ を計算する関数 f3 を次のように定義した．

```
double f3(int n, double A[], double x) {
  double sum = A[ (ア) ];
  for (int i = n - 1; i >= 0; i--) {
    sum = sum * (イ) + A[ (ウ) ];
  }
  return sum;
}
```

(1) 空欄 (ア) ～ (ウ) に当てはまる式をそれぞれ答えよ．

(2) 関数 f3 が全体で何回の乗算を実行するかを，n を用いた式で表せ．

II 次の文章を読み，以下の問いに答えよ．（配点 50 点）

n を 2 のべき乗数として，n 桁の 2 進数で表記された二つの整数の積を計算することを考える．例えば，4 桁の 2 進数 1010 と 1101 の積をひっ算法を用いて計算すると，図 1 のようになる．この場合，1 桁どうしの乗算を 16 回と，何回かの加算が必要となる．

$$
\begin{array}{rrrrrrrr}
 & & & & 1 & 0 & 1 & 0 \\
\times & & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & & & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 & & & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
 & & 1 & 0 & 1 & 0 & & \\
 & 1 & 0 & 1 & 0 & & & \\
\hline
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array}
$$

図 1

問 1　n 桁の 2 進数どうしの積をひっ算法を用いて計算するときに必要となる，1 桁どうしの乗算の回数を求めよ．

問 2　n 桁の 2 進数 X, Y を上位 $\frac{n}{2}$ 桁と下位 $\frac{n}{2}$ 桁に分割し，図 2 のようにそれぞれ，a, b, c, d とする．

	上位 $\frac{n}{2}$ 桁	下位 $\frac{n}{2}$ 桁
X	a	b
Y	c	d

図 2

次の式は，a, b, c, d を用いて積 XY を求めたものである．空欄 (ア) ～ (オ) を埋めよ．

$$\mathrm{XY} = \boxed{\text{(ア)}} \times 2^n + (\boxed{\text{(イ)}} + \boxed{\text{(ウ)}}) \times 2^{\frac{n}{2}} + \boxed{\text{(エ)}} \tag{1}$$

$$= \boxed{\text{(ア)}} \times 2^n + ((a-b)(\boxed{\text{(オ)}}) + \boxed{\text{(ア)}} + \boxed{\text{(エ)}}) \times 2^{\frac{n}{2}} + \boxed{\text{(エ)}} \tag{2}$$

問 3　問 2 の式 (2) のように，X, Y のそれぞれで 2 分割をくり返して，1 桁どうしの乗算になるまで積の計算を分割するとき，n 桁の 2 進数どうしの積の計算に必要となる，1 桁どうしの乗算の回数 $T(n)$ を，n を用いて表せ.

問 4　問 1 で求めたひっ算法による乗算回数と問 3 で求めた $T(n)$ を比較しながら，コンピュータを使った積の計算における，分割統治法の効果について説明せよ.

問題は，このページで終りである.