2C5-OS-21b-4

GTTMタイムスパン木における構造レヴェルの導入と代数表現

Structural Level on GTTM Time-span Tree and its algebraic expression

松原 正樹 *1　　東条 敏 *2　　平田 圭二 *3
Masaki Matsubara　　Satoshi Tojo　　Keiji Hirata

*1筑波大学　　*2北陸先端科学技術大学院大学　　*3はこだて未来大学
University of Tsukuba　　JAIST　　Future University Hakodate

In this paper we investigate a structural level of GTTM time-span tree. In order to disambiguate arbitrariness of conjunction point, we compare the time-span reduction with Schenkerian theory's fundamental structure. We also propose matrix expression of time-span tree.

1. はじめに

本論文は音楽理論 GTTM(Generative Theory of Tonal Music)[6] のタイムスパン木 (Time-span Tree，以下 TS 木) における構造レヴェルについてフレーズの終止形の部分に焦点をあてててシェンカー理論との比較し．またその代数表現について検討するものである．

GTTM は調性音楽における聴取者の認知的様相を形式的に記述するための理論である．階層的な構造分析が特徴で，グルーピング構造解析，拍節構造解析，タイムスパン簡約，延長簡約の 4 つの部分からなる．旋律の区切りを階層的に表現するグルーピング構造とリズムやアクセントを表現する拍節構造をもとに，ある旋律や和声を本質的な部分と装飾的な部分とに階層的に簡約化することで，ボトムアップに木構造を獲得する手順（タイムスパン簡約）が定義されている．さらに，タイムスパン簡約の結果を用いて，楽曲全体の大局的な構造を分析した二分木を求める手順（延長簡約）も定義されている． 図 1 は GTTM TS 木による階層的な簡約の例である．最上段の譜面をもとにグルーピング構造解析と拍節構造解析を行って TS 木を生成する．譜面下の 3 つの簡約例はそれぞれの構造レヴェル（木の深さ）における簡約譜で階層が上（Level b）の方に残っている木の枝（ヘッド）は簡約の際に本質的な音符として用いられる．簡約された譜面は楽曲の基本形態を表しており，GTTM では人間の音楽構造理解も言語と同様に階層的な木構造によって行っていると仮定している．

図 1: GTTM タイムスパン木による階層的な簡約例（[6, p.115] より抜粋）J.S. バッハ BWV244 マタイ受難曲より「血潮したたる主の御頭」冒頭

図 2: 図 1 Level d 冒頭 2 小節におけるボトムアップなタイムスパン木形成過程（[6, p.130] 図 6.9 より抜粋）

音楽構造理解という認知活動を計算機によりモデル化できれば，人間の聴取メカニズムにもとづく音楽学習支援や音楽を介したコミュニケーション支援，自動作曲，音楽要約など工学的応用が期待でき，また他の時間的構造を持つメディアへの応用も期待できる [8]．GTTM における構造分析のルールの多くは計算論的に実装可能な点が特長で，我々はこれまでグルーピング解析，拍節構造解析，TS 簡約に関する分析の定式化と実装を行った [2, 3, 10]．

しかし，GTTM では枝の接合点の高さ情報（＝構造レヴェル）が暗黙的なため，簡約可能な枝の決定に曖昧性が残っていた．図 2 のように複数のルールに基づいて本質的な音符をボトムアップに決定するが，結合に関するルールは少ししか記述されていない．図 1 で最後から 2 番目の音符がなぜ Level b まで残り，同じ音価である他の四分音符が簡約されてしまうのか，といった疑問が残る．次節で述べるように拍節や和声をもとに局所的にはどちらがヘッドになるかは決定できるが，大域的にみて重要な音符を残すことは難しい．大域的に決定するためにはトップダウンのアプローチが必要である．

そこで本論文では GTTM において枝の接合点の高さがどのように論じられたかまとめ，同じく階層的な音楽構造分析にもとづくシェンカー理論 [9] との対比によって構造レヴェルの重要さとその決定方法について述べる．また構造レヴェルの概念を明示化し木構造を演算可能にするための代数表現についても提案を行う．

連絡先: 松原正樹，筑波大学図書館情報メディア系，〒 305-8550 茨城県つくば市春日 1 － 2，masaki@slis.tsukuba.ac.jp

2. タイムスパン木における構造レヴェル

図 3 はモーツァルトのピアノソナタ K.331 1 楽章の冒頭 8 小節である．この曲を局所的なルールのみに基づいて TS 木を生成するとどうなるであろうか．拍節構造や和声のルール（TSRPR1:強拍の音符を選ぶ，TSRPR6:安定した和声進行を選ぶ）だけでは図 4 のように 1 小節目，4 小節目，5 小節目，8 小節目の主和音ばかりが選ばれてしまい誤った簡約になってしまう．

図 4: 図 3 の局所ルールのみの簡約（[6, p.135] より抜粋）

GTTM が対象とする調性音楽はフレーズの最後に終止形（カデンツ）が必ず存在し，フレーズの長さに応じて部分フレーズ内でも同様な終止形が存在するなど和声進行は相似的に入れ子で階層構造になっている．そしてフレーズの最後のカデンツが調性音楽を特徴付けることから GTTM のタイムスパン簡約において高いレヴェルまで残すようにする．図 5 は先の曲の正しいタイムスパン簡約である（ハ長に移調されている）．最後の 2 和音によって曲が解決して終わるためこれらの音符を残すように終止形保持 (cadential retention) され楕円によって表されている．カデンツのドミナント（最後から 2 音目の V の和音）は原曲において八分音符の音価であるが 2 番目に高い b' の構造レヴェルで示されているのが特徴である．この音は局所ルールのみでは残らないため，フレーズ全体をみて終止形を構成している部分を特定する必要がある．ではなぜ終止形を残すのだろうか？何か理論的な背景はないだろうか．

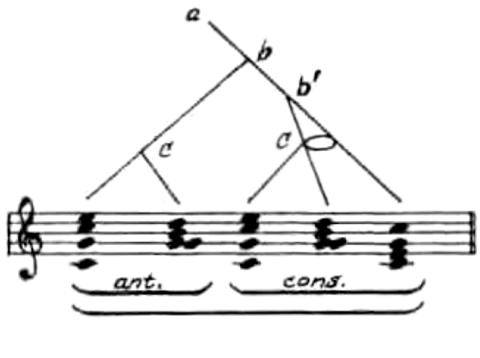


図 5: 図 3 のタイムスパン簡約（[6, p.189] 図 8.14(a)）

シェンカー理論

ここで GTTM の他に階層的構造分析を行うシェンカー理論 [9] について考える．シェンカー理論は「構造レヴェルの理論は多くの理論家や音楽家が音楽を理解するやり方を変革したのであって，これがおそらくシェンカーによる最大の発見と言えるかもしれない」[1, p.109] とあるように構造レヴェルの概念を導入した最初の理論である．シェンカー理論によれば調性音楽には以下のような複数の構造レヴェルが存在する．

表層レヴェル (surface)
　原曲のほとんどの音

前景レヴェル (foreground)
　非隣接音の比較的単純な関連のいくつか

中景レヴェル (middleground)
　前景と後景の中間にある動機的特徴や広域の和声的・対位法的動き

後景レヴェル (background)
　基本構造 (Ursatz)（＝基本線 (Urlinie) ＋バス分散化 (bass arpeggiation)）

そしてどのような曲も後景レヴェルで分析すると図 6 のような基本構造が見えてくるというのが理論の骨子である．基本構造は基本線とバス分散化から構成されており，基本線は $\hat{3}-\hat{2}-\hat{1}$ あるいは $\hat{5}-\hat{4}-\hat{3}-\hat{2}-\hat{1}$ といった下降音型になる（数字は音階上主音から数えたもの）．バス分散化は基本線に応じて I-V-I の進行をとるものである．

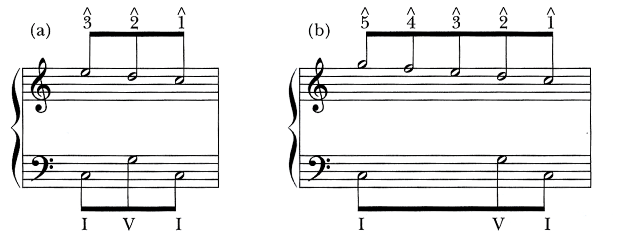


図 6: シェンカー理論における基本構造 (Ursatz)（[1, p.353] 図 A.1 より抜粋）

また基本構造には中断 (interrupt) の原理が適用され，K.331 のようにフレーズに半終止を含む場合はその次の音符から新たな基本線を描く．図 7 に示すように $\hat{3}$ から始まる場合は $\hat{3}-\hat{2}||\hat{3}-\hat{2}-\hat{1}$ であり $\hat{5}$ から始まる場合は $\hat{5}-\hat{4}-\hat{3}-\hat{2}||\hat{5}-\hat{4}-\hat{3}-\hat{2}-\hat{1}$ と分枝 (branch) するのが慣用形である（縦線は中断の記号）．

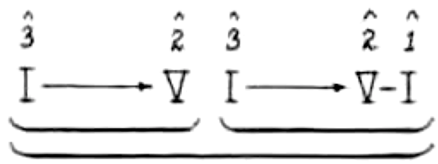


図 7: 図 3 のシェンカー分析に現れる中断の分枝（[6, p.140] 図 6.21）

ここで図 5 の GTTM タイムスパン簡約の結果とシェンカーの基本構造を比較することで図 8 のように木構造をあてはめることができるだろう．半終止による中断の原理は「分枝」という言葉の通りこの基本の木構造に枝を加えていくことで表現できる．また中景レヴェルは複数存在し階層的になっていおり「構造レヴェルの数について一般化することは不可能である」[9, p,26] とあるが，先に図 1 で示したように GTTM の TS 木によって段階的な複数レヴェルの簡約が直感的に理解できる．シェンカーが構造レヴェルを導入したことが功績であれば，GTTM は言語学で有効であった木構造を用いて構造レヴェルを目に見える形に表現したことが功績であると言える．

以上を踏まえると TS 木の接合点の高さはシェンカー理論の構造レヴェルと関連があり終止形が他と比べて高くなる．そしてタイムスパン簡約における終止形保持はシェンカー理論の基本構造と一致することから，フレーズを大域的に分析して基本線を描くことで決定可能であろう．終止形以外の部分の接合点の高さについては今後の課題としたい．

図 3: W. A. モーツァルト K.331 1 楽章より冒頭 8 小節（[6, p.135] より抜粋）

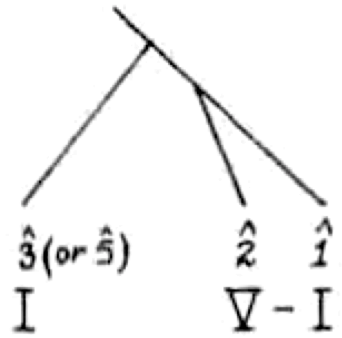
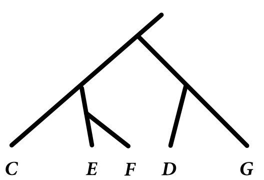


図 8: タイムスパン簡約の基本形態とシェンカー理論の基本線 (Urlinie)（[6, p.189] 図 8.13(a)）

3. 代数表現

前節のような検討を続けることで簡約における構造レヴェルの概念を明示化し，枝の接合点の高さ情報を適切に決定できると，GTTM のタイムスパン簡約結果をシェンカー理論による簡約結果と一致することが期待できる．我々はこれまで TS 木同士の類似度や編曲のための木構造の代数的な演算体系を提案してきた [3, 5, 7]．本論文でも演算体系の構築に向けて枝の接合点の高さ情報も含む木構造の表現法として，どのピッチイベントがどのピッチイベントにどの高さで接合しているかの高さ情報を成分として持つ行列表現を提案する（図 9）．

例えば任意の行列の要素 t_{ij} に n がある場合，i 番目の音符が j 番目の音符にトップから数えて n 番目の高さで接合することになる．この表現により簡約や装飾といった音楽的な操作が線形代数的な演算に落とし込むことが期待できる．計算論的なアプローチを実現するためには，全てのタイムスパン木を含むようなドメインを定義する必要がある．ここでタイムスパン木のドメインの大きさを考えてみる．一般に n 個のシンボル列に対する二分木の種類は $n-1$ のカタラン数であることが知られている．GTTM による解析結果では，各分岐点においてヘッドの概念，すなわち二つの枝の間で優位・下位 (primary/secondary) の概念が生ずる．したがって n 個のピッチイベントに対するヘッド付き二分木のトポロジーの数は，



$$
\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccc} C & E & F & D & G \end{array} \\
\begin{array}{c} C \\ E \\ F \\ D \\ G \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

図 9: タイムスパン木の例とその行列表現

$n-1$ 個ある各接点の primary/secondary を考えると，カタラン数を 2^{n-1} 倍したもの，すなわち $T_n = C_{n-1} \times 2^{n-1}$ 個である．

4. 考察とまとめ

延長木との関連性

シェンカー理論の基本構造に着目して大域的にヘッドを決める TS 木は GTTM の延長木とどのような関連性があるのだろうか．延長木ではある和音が音価を超えてどこまで延長して影響があるかを考慮する．本論文で用いたモーツァルト K.331 のように半終止を伴うフレーズはシェンカー理論における中断の原理にあてはまることが多い．GTTM の延長木では主和音のが半終止後の音符に延長されているという考え方をするが，シェンカーにおける中断の原理においては中断前の第 1 分枝と第 2 分枝を別ものとして考えるところが異なる点である．ただしシェンカー理論においても中断の原理以外の基本線については和音が延長されたと考えるため GTTM の延長木と関連が深いと言える．

終止形以外の接合点の高さ

終止形やそれにともなう半終止はシェンカー理論の基本構造から分析可能であることが示唆された．TS 木における終止形以外の接合点の高さはどのように決めるか？GTTM[6] の簡約例をまとめると接合点の高さは基本的にはその枝が持つ音符の長さ（maximal time-span）であると推測できる．その原則から外れるものとしては，フレーズを繰り返す場合，V-I 以外の終止形や特定の和声進行を伴う場合など文脈が異なるときである．同じ音型のフレーズでも最初に提示される場合と 2 回目以降では意味が異なる．シェンカーの基本線では繰り返しは延長されていると考えることから，1 回目のフレーズが深い構造レヴェルに残るように木を接合していくという方法が考えられる．

まとめと今後の展望

本論文では GTTM TS 木の接合点の高さ情報について検討を行いシェンカー理論の基本構造と比較することで終止形の構造レヴェルがその他の音符よりも高い理由が示唆された．また構造レヴェルを含む木の演算を実現するべく代数表現である行列表記についても提案を行った．今後は引き続き代数表現の演算体系を定式化するとともに，終止形以外の接合点の高さの決定規則について検討を行う．演算が体系化されることで任意の 2 つのフレーズのモーフィング [4] など応用可能となると期待できる．

謝辞: 本研究の一部は JSPS 科研費 26280089 の助成を受けた．

参考文献

[1] Cadwallader, A. and Gagne, D.: Analysis of Tonal Music. Oxford Press (2007)

[2] Hamanaka, M., Hirata, K. and Tojo, S.: Implementing "A Generating Theory of Tonal Music". *Journal of New Music Reserch*, Vol. 35, No. 4, pp.249–277 (2006)

[3] Hirata, K., Tojo, S. and Hamanaka, M.: Cognitive Similarity Grounded by Tree Distance from the Analysis of K.265/300e. *CMMR*, pp.415–430 (2013)

[4] Hirata, K., Tojo, S. and Hamanaka, M.: Algebraic Mozart by Tree Synthesis. *ICMC/SMC 2014*, pp.991–997 (2014)

[5] 平田 圭二, 東条 敏, 浜中 雅俊, 長尾 確, 北原 鉄朗, 松原 正樹, 吉井 和佳, 木構造に基づく時系列メディア表現法の提案とその操作系の実現に向けて. 情報処理学会第 106 回音楽情報科学研究会研究報告, Vol. 2015, No. 21, pp.1–6 (2015)

[6] Lerdahl, F and Jackendoff, R.: A Generative Theory of Tonal Music. MIT Press (1983)

[7] Matsubara, M., Tojo, S. and Hirata, K.: Distance in Pitch Sensitive Time-span Tree. *ICMC/SMC 2014*, pp.1166–1170 (2014)

[8] Riso-Valero, D.: Symbolic Music Comparison with Tree Data Structure. Ph.D. Thesis, Universitat d 'Alacant, Departamento de Lenguajes y Sistemas Informaticos (2010)

[9] Schenker, H. Free Composition. Oster, E. trans., Pendragon Press (2001)

[10] Tojo, S. and Hirata, K.: Distance and Similarity of Time-span Trees. Journal of Information Processing, Vol. 21, No. 2, pp.256–263 (2013)