講義 *6:* 非協力非零和ゲームにおける戦略

Strategies in Non Cooperative Non Zero-sum Games

大沢 英一

公立はこだて未来大学

内容

1. 囚人のジレンマ
2. ナッシュ均衡点 (板書)
3. 効用と選好
4. 戦略の均衡 –ゲーム理論的解析–
5. 合理性の役割
    (a) 基本合理性
    (b) 支配解析
    (c) 動作依存性
    (d) ケース解析
6. 一般合理性

1. 囚人のジレンマ

図 1: 囚人のジレンマプレーヤ A の利得が左側に記されている

プレーヤ $A \setminus B$	協調 (Cooperate)	裏切り (Defect)
協調 (Cooperate)	$(R=3, R=3)$	$(S=0, T=5)$
裏切り (Defect)	$(T=5, S=0)$	$(P=1, P=1)$

一般には T, R, P, S の値は T, R, P, S は $T > R > P > S$ および $R > (T+S)/2$ という 2 つの制約を満たせば何でもよい．

2. 効用と選好 (1/2)

- 2 つのエージェントがいることを仮定する: $Ag = \{A, B\}$
- エージェントは利己的であると仮定する．つまり，環境がどのようになっているかに関する選好を持つ
- $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots\}$ はエージェントが選好をもっている結果の集合であるとする
- 選好を効用関数によってとらえる

$$u_A : \Omega \to \mathbb{R}$$
$$u_B : \Omega \to \mathbb{R}$$

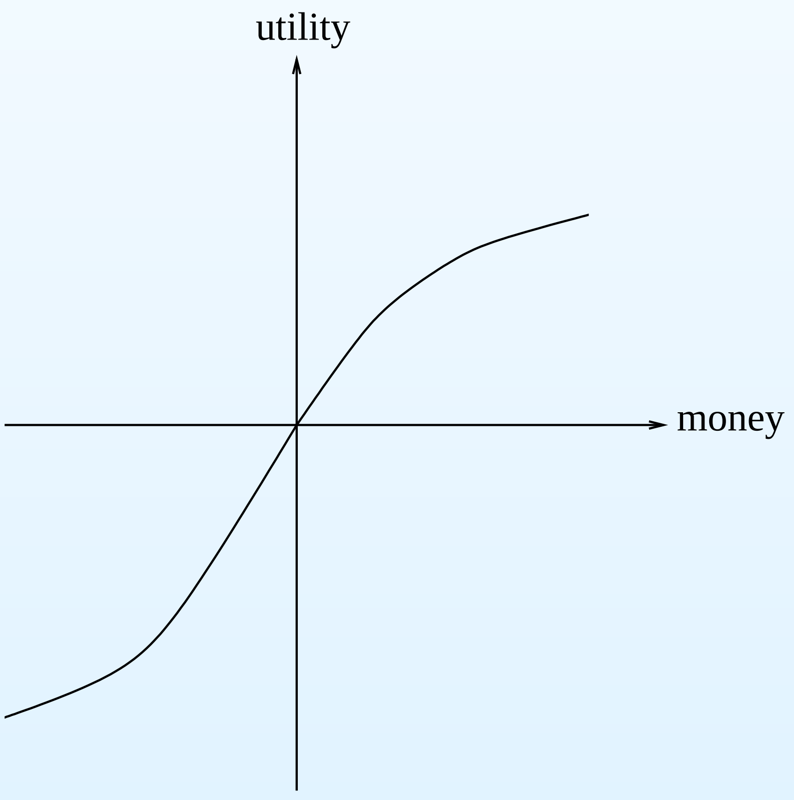
- 効用関数により結果の選好順位が得られる

$$\omega \succeq_A \omega' \text{ means } u_A(\omega) \geq u_A(\omega')$$
$$\omega \succeq_B \omega' \text{ means } u_B(\omega) \geq u_B(\omega')$$

2. 効用と選好 (2/2)

効用とは何か?

- 効用は金銭ではない (しかし，有益なアナロジになっている)
- 効用と金銭の典型的な関係



3. 戦略の均衡 – ゲーム理論的解析 –

囚人のジレンマにおいては，各プレーヤが自己の利益を最大化しようとすると，(裏切り，裏切り) という両プレーヤの戦略の組で均衡することがゲーム理論的分析により分かっている．

$\Longrightarrow$ ケース解析による行動決定 (相手の戦略にかかわらず，自分の利益を高める選択)

4.1. 合理性の役割 –基本的枠組–

「合理的なエージェントは他と協調することを選択するか？」

利得関数 ：エージェント i の状況 (これはある相互作用の状況を意味する) s における利得関数 p_i^s

$$p_i^s : M \times N \longrightarrow R$$

図 2: 利得行列

$A \setminus B$	c	d
a	$4 \setminus 1$	$2 \setminus 4$
b	$1 \setminus 3$	$3 \setminus 2$

判断手続き ：エージェント i の判断手続き W_i とは可能な状況の集合 S から，i のとりうる手の集合 M への写像．

$$W_i : S \longrightarrow M$$

4.2. 合理性の役割 –基本合理性–(1/2)

合理性：自己の利得を最大化させること．

合理性判定述語：R_i^s: $R_i^s(m)$ は，エージェント i が状況 s で m を手として選択することが合理的であれば真．

基本合理性：基本合理的エージェント A は単項述語 R を満たさない動作 m を採らない．

$$\neg R_A^s(m) \Rightarrow W_A(s) \neq m$$

応答関数 F: $F_B^s(m)$ を，エージェント A が m を行ったときにエージェント B がとる動作であるとする．すなわち

$$W_B(s) = F_B^s(W_A(s))$$

4.2. 合理性の役割 –基本合理性–(2/2)

支配 D: 戦略 m' が m を支配する $D_A^s(m', m)$.

$$D_A^s(m', m) \Longleftrightarrow p_A^s(m', F_B^s(m')) > p_A^s(m, F_B^s(m))$$

動作 m が基本合理的でないとは，以下のようにその動作を支配する他の動作 m' が存在する場合である.

$$(\exists m' \; D_A^s(m', m)) \Longrightarrow \neg R_i^s(m)$$

4.3. 合理性の役割 –支配解析–(1/2)

他のエージェントのすべての動作に対して，ある動作 (例えば m とする) より高い利得を生む他の動作が存在すれば，その動作 m は禁止される (図 3).

$$(\exists m' \forall n \forall n' \; p_A^s(m,n) < p_A^s(m',n')) \Longrightarrow W_A(S) \neq m$$

[定理] 基本合理性は支配解析を導く.

図 3:行支配問題

$A \setminus B$	c	d
a	$4 \setminus 4$	$3 \setminus 3$
b	$2 \setminus 2$	$1 \setminus 1$

4.3. 合理性の役割 –支配解析–(2/2)

図 4:列支配問題

$A \setminus B$	c	d
a	$4 \setminus 3$	$2 \setminus 1$
b	$1 \setminus 4$	$3 \setminus 2$

図 4 の例では双方の基本合理性を仮定することによって動作を決定することができる． $\Longrightarrow$ 反復支配解析

[定理] 相互の基本合理性は反復支配解析を導く．

4.4. 合理性の役割 –動作依存性–

支配解析が適用しない例 (図 5).

図 5:ケース解析問題

$A \setminus B$	c	d
a	$4 \setminus 2$	$2 \setminus 4$
b	$3 \setminus 3$	$1 \setminus 1$

動作独立性 ：

$$F_B^s(m) = F_B^s(m')$$
$$F_A^s(n) = F_A^s(n')$$

共通振舞い ：

$$\forall s \; W_B(s) = W_A(s')$$

ただし s' は s を置換した状況.

4.5. 合理性の役割 –ケース解析–

ケース解析 :B の行動のいずれを仮定しても，A のある行動が他の行動より優っている 場合には，劣っている行動を排除する．
$\Longrightarrow$ ケース解析では A は B の各動作に対する 2 つの可能な動作を cross term を考慮せずに比較できる.

[定理] 基本合理性と動作独立性はケース解析を導く．
[定理] 動作独立性と相互の基本合理性は反復ケース解析を導く (図 6)

図 6:反復ケース解析問題

$A \setminus B$	c	d
a	$3 \setminus 3$	$2 \setminus 4$
b	$1 \setminus 1$	$4 \setminus 2$

5. 一般合理性

一般合理性判定述語 $\mathcal{R}$: 引数の手続き P がエージェント i にとって合理的であれば $\mathcal{R}_i(P)$ は真.

$$1. \neg\mathcal{R}_A(P) \Longrightarrow \exists s(W_A(s) \neq P(s))$$

$$2. (\exists P' \ \mathcal{D}_A(P', P)) \Longrightarrow \neg\mathcal{R}_A(P)$$

$$3. \mathcal{D}_A(P', P) \Longrightarrow \forall s \ p_A^s(P'(s), \mathcal{F}_B^s(P')) \geq p_A^s(P(s), \mathcal{F}_B^s(P))$$

$$\wedge \ \exists \ s p_A^s(P'(s), \mathcal{F}_B^s(P')) > p_A^s(P(s), \mathcal{F}_B^s(P))$$

一般合理的エージェント ：一般合理的エージェントは，ある手続きがもし合理的であればそれを利用できる.

5.1. 一般合理性 –支配されたケース除去–

[定理] 一般合理性と共通振舞いは支配されたケース除去を導く．

支配されたケース除去　ある連合動作 (仮に xy とする) が他の連合動作 (仮に zw とする) に支配されていることがすべてのエージェントにおいて成り立つ場合，連合動作 xy をとり除くことを可能にすること．
支配されたケース除去により，囚人のジレンマにおける協調動作が取り扱えるようになる (図 7)．

図 7:囚人のジレンマ問題

$A \setminus B$	c	d
a	$3 \setminus 3$	$1 \setminus 4$
b	$4 \setminus 1$	$2 \setminus 2$